

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА"

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**ВЛИЯНИЕ ТЕНЗОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
НА СКОРОСТИ БЕТА-РАСПАДА И ЗАХВАТА  
ЭЛЕКТРОНОВ НАГРЕТЫМИ ЯДРАМИ**

Выполнил студент  
213м группы  
Сидоров Семён Владимирович

\_\_\_\_\_  
Научный руководитель:  
с.н.с. НИИЯФ МГУ, к.ф.-м.н. Третьякова Т.Ю.

\_\_\_\_\_  
Научный консультант:  
нач. сек. ЛТФ ОИЯИ, к.ф.-м.н. Джигоев А.А.

Допущен к защите  
зав. кафедрой  
проф. Б.С. Ишханов \_\_\_\_\_

Москва 2019

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Обзор</b>	<b>5</b>
<b>2 Метод Скирм-ТКПСФ</b>	<b>9</b>
2.1 Скорости реакций в нагретых ядрах . . . . .	9
2.2 Теплоквазичастичное приближение случайной фазы . . . . .	16
2.3 Метод Хартри-Фока со взаимодействием Скирма . . . . .	23
<b>3 Результаты</b>	<b>29</b>
3.1 Силовое распределение ГТ переходов . . . . .	29
3.2 Скорость $\beta$ -распада . . . . .	33
3.3 Скорость $e$ -захвата . . . . .	39
<b>Выводы</b>	<b>43</b>
<b>Заключение</b>	<b>44</b>

# ВВЕДЕНИЕ

При изучении многих астрофизических процессов необходимо знать скорости реакций, обусловленных слабым взаимодействием. Примерами являются реакции  $e$ -захвата и  $\beta^-$ -распада, протекающие в экстремальных условиях, возникающих при гравитационном коллапсе центральной части (кора) массивной звезды и последующем взрыве сверхновой [1, 2]. В условиях, реализующихся при коллапсе (т.е. при температурах выше  $10^9$  К или 0.1 МэВ и плотностях выше  $10^7$  г/см<sup>3</sup>) реакции  $\beta$ -распада и  $e$ -захвата в ядрах группы железа протекают за счет переходов гамов-теллеровского типа (ГТ) [3], что обусловлено заполненностью в этих ядрах оболочки  $1f_{7/2}$  и подавленностью переходов между оболочками с одинаковым полным моментом  $j$ . Для расчета скоростей, таким образом, необходимо знать распределение силы ГТ переходов. При указанных температурах при этом необходимо учесть возможность переходов с заселенных с возбужденных ядерных состояний.

В работах [4, 5] для описания ГТ-переходов в нагретых ядрах был предложен подход, основанный на комбинации квазичастичного приближения случайных фаз (КПСФ) с сепарабельным остаточным взаимодействием [6] и формализма термополевой динамики (ТПД) [7]. При совмещении подходов КПСФ и ТПД получившийся метод, теплоквазичастичное приближение случайной фазы (ТКПСФ), позволяет рассчитывать силовую функцию термодинамически последовательным образом. В работе [8] метод ТКПСФ объединяется с методом энергетического функционала для сил Скирма, что позволяет проводить самосогласованные расчеты, в рамках которых и среднее поле, и остаточное взаимодействие получаются на основе одного и того же энергетического функционала.

В данной работе метод Скирма-ТКПСФ применяется для изучения влияния тензорного взаимодействия на скорости  $e$ -захвата и  $\beta$ -распада в ядрах железной группы при ненулевой температуре. Тензорные силы являются частью нуклон-нуклонного взаимодействия, зависящей от спинов нуклонов [9, 10]. В

задаче многих тел эти силы приводят к сильным корреляциям между спиновой и пространственной компонентами в двухчастичной матрице плотности. В моделях с самосогласованным средним полем было показано, что тензорные силы влияют на оболочечную структуру ядер, а именно, на спин-орбитальное расщепление уровней [11–13].

Учет тензорных сил в сепарабельной форме был ранее проведен для случая ядер при нулевой температуре [14, 15]. Целью данной работы является расширение подхода для анализа поведения зарядово-обменных резонансов в нагретых ядрах. Расчеты проведены для двух изотопов никеля:  $^{56}\text{Ni}$  и  $^{78}\text{Ni}$ . Эти ядра являются примерами изотопов, синтезирующихся соответственно в начале и в конце коллапса звезды, предшествующего взрыву сверхновой. Это дает возможность проследить изменение соотношения скоростей  $e$ -захвата и  $\beta^-$ -распада в ходе генерирования нейтронно-избыточных изотопов. С точки зрения поставленной задачи и используемых методов, удобным представляется изучение дважды магических ядер. В таких изотопах можно пренебречь парными нуклон-нуклонными корреляциями и более детально изучить влияние тензорных сил и тепловых эффектов на динамику слабых процессов в нагретых ядрах.

Данная работа построена следующим образом. В обзорной части проводится общий анализ предмета исследования, обсуждаются имеющиеся достижения в решении проблемы. В разделе "Метод Скирм-ТКПСФ" излагается математический аппарат используемого метода. Далее проводится обсуждение расчетов, проведенных в рамках изложенного формализма. В заключительной части содержится краткое описание основных результатов и выводов работы.

# 1 Обзор задачи расчета скоростей слабых процессов в нагретых ядрах

На конечных этапах эволюции звезды массой не менее  $8-10M_{\odot}$  характеризуются слоистой структурой: более легкие элементы расположены на большем удалении от центра звезды, в то время как в центре формируется кор, состоящий преимущественно из ядер железной группы. По достижении массой железного кора предела Чандрасекара  $M_{Ch} = 1.44(2Y_e)^2 M_{\odot}$  ( $Y_e$  – число электронов на барион) давления вырожденного электронного газа становится недостаточно для поддержания стабильности кора звезды, что приводит к гравитационному коллапсу и взрыву сверхновой с выбросом значительной массы вещества из внешней оболочки звезды в межзвёздное пространство.

Динамика гравитационного коллапса на начальных стадиях очень чувствительна к энтропии и числу лептонов на барион [16]. В свою очередь, эти величины преимущественно определяются процессами, обусловленными слабым взаимодействием:  $e$ -захватом и  $\beta^-$ -распадом. Вероятность захвата электронов ядрами группы железа ( $A \sim 60$ ) определяет начальную динамику коллапса и размеры коллапсирующего ядра, а тем самым эволюцию образующейся на более поздней стадии ударной волны. Уплотнение звездного вещества в ходе коллапса приводит к увеличению химического потенциала электронного газа  $\mu_e \sim \rho^{1/3}$  [17] (см. рис. 1), создавая энергетически выгодные условия для захвата электронов ядрами вещества. Процессы  $e$ -захвата уменьшают давление электронного газа в коре и тем самым инициируют и ускоряют коллапс. Распределение ядер при этом смещается в сторону нейтронно-избыточных изотопов, что способствует ускорению обратных процессов – процессов  $\beta^-$ -распада ядер. Распад ядер по каналу  $\beta^-$ -распада не оказывает существенного влияния на динамику коллапса при небольших начальных плотностях электронного газа с  $Y_e \sim 0.5$ , однако становится более значимым по мере увеличения доли нейтронно-избыточных ядер в связи с увеличением фазового пространства испускаемых электронов. Конкуренция процессов  $e$ -захвата и  $\beta^-$ -распада, таким образом, определяет число электронов на барион  $Y_e$  в

финальном несжимаемом коре звезды и поэтому является одним из факторов, которые определяют его массу и от которых зависит энергия взрывной волны [3].

Для расчета скоростей слабых реакций, протекающих в ядрах группы железа, необходимо знать распределение силы ГТ переходов, доминирующих для изотопов в этой области. Как уже было сказано, нахождение ГТ силовой функции осложняется тем, что в горячей и плотной материи коллапсирующего кора атомные ядра находятся в возбужденных состояниях. Их заселение происходит за счет установившегося термодинамического равновесия между веществом и электромагнитным излучением. В этих условиях вероятность заселения возбужденных состояний задается больцмановским распределением и согласно модели Ферми-газа средняя энергий возбуждения для ядра с массовым числом  $A$  зависит от температуры как  $E = AT^2/8$  (где  $E, T$  измеряются в единицах МэВ). Для ядер группы железа с  $A \sim 60$  при  $T = 1$  МэВ средняя энергия возбуждения  $E \sim 8$  МэВ. Очевидно, что при столь высоких энергиях возбуждения силовая функция ГТ переходов может существенно отличаться от ГТ силовой функции основного состояния ядра. В частности, тепловое размытие протонной и нейтронной поверхности Ферми в ядре делает возможным ГТ переходы, которые заблокированы принципом Паули в основном состоянии ядра. За счет таких переходов происходит фрагментация силовой функции, и усиливаются ее компоненты лежащие при низких и отрицательных энергиях. Это делает возможным  $\beta$ -распад ядер, стабильных в основном состоянии, из возбужденных состояний. Так на схеме ГТ переходов, представленной на рис. 2, оранжевыми и зелеными стрелками обозначены примеры возможных каналов распада нагретого ядра с девозбуждением на более низколежащие состояния соседнего ядра.

Первые расчеты скоростей реакций, обусловленных слабым взаимодействием, были выполнены в работах [17–20] в рамках модели независимых частиц. Расчеты проводились для ядер  $sd$ - и  $pf$ -оболочки, играющих важную роль в эволюции коллапсирующей звезды. На сегодняшний день при моделировании коллапса и взрыва сверхновых широко используются скоро-

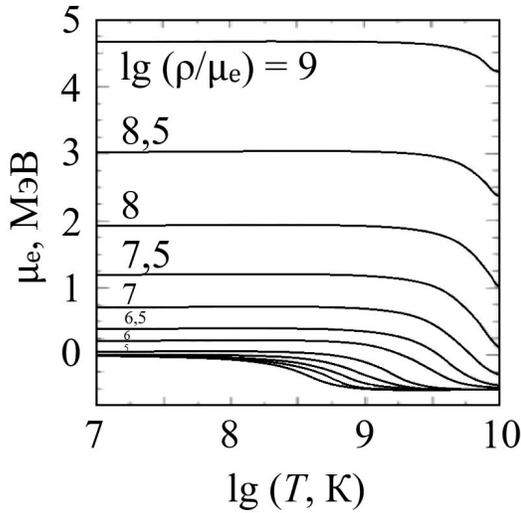


Рисунок 1: Химический потенциал электронного газа  $\mu_e$  как функция температуры. Различным линиям отвечают различные значения  $\lg(\rho/\mu_e)$ ; при величинах  $1 < \lg(\rho/\mu_e) < 6$  берется шаг  $h = 1$ .

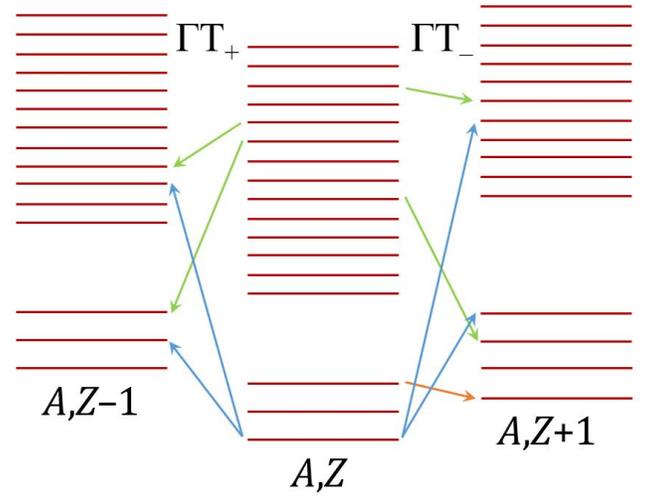


Рисунок 2: Схема ГТ переходов из основного и возбужденных состояний нагретого ядра ( $A, Z$ ), связанных с процессами  $\beta^-$ -распада ( $GT_-$ ) и  $e$ -захвата ( $GT_+$ )

сти  $e$ -захвата и  $\beta^-$ -распада, рассчитанные с использованием модели оболочек [21–23]. При современном развитии компьютерной техники, модель оболочек позволяет детально рассчитать ГТ силовую функцию для основного и низколежащих возбужденных состояний ядер с  $A \sim 60$ , используя конфигурационное пространство, содержащее вплоть до  $10^9$  состояний. Рост энергии возбуждения ядра, однако, требует дальнейшего увеличения конфигурационного пространства, что находится вне пределов возможностей современных компьютеров. Поэтому для учета ГТ переходов с высоковозбужденных состояний (схематически обозначенных зелеными стрелками на рис. 2) используется гипотеза Бринка, то есть предполагается, что ГТ силовая функция для возбужденных состояний имеет такой же вид, что и для основного состояния. Необоснованность гипотезы Бринка для зарядовообменных возбуждений доказана оболочечными расчетами с использованием метода Монте-Карло [24].

Подход КПСФ является микроскопической теорией, широко используемой при вычислении энергий и волновых функций коллективных возбужденных состояний ядра. Среди преимуществ этого подхода можно выделить

[6, 25, 26]:

- возможность достаточно точного и физически ясного описания низколежащих вибрационных состояний и высоколежащих состояний типа гигантских резонансов,
- единое описание коллективных, слабоколлективных и двухквазичастичных состояний,
- простой учет связи с квазичастичными состояниями.

Теория ТПД является подразделом квантовой теории поля, в рамках которого проводится описание квантовых систем многих тел при конечной температуре. В формализме ТПД соединяются идеи статистической физики и квантовой механики, что позволяет с единой точки зрения описывать свойства классических, квантово-механических и квантово-полевых объектов [27]. При совмещении подходов КПСФ и ТПД получившийся метод, теплоквазичастичное приближение случайной фазы (ТКПСФ), позволяет рассчитывать силовую функцию термодинамически последовательным образом без привлечения гипотезы Бринка. Данный метод не столь требователен к компьютерным ресурсам, поэтому может быть применен и для ядер с  $A > 60$ . Такие ядра доминируют в коре на финальной части коллапса. Объединенный с методом энергетического функционала для сил Скирма, формализм ТКПСФ позволяет проводить расчеты самосогласованным образом.

## 2 Метод Скирм-ТКПСФ

### 2.1 Скорости реакций в нагретых ядрах

Расчет скоростей  $\beta$ -распада и  $e$ -захвата будем вести в предположении, что атомы полностью ионизованы и окружающий их электронный газ описывается распределением  $f(E_e)$ . Можно показать (см. Приложение А), что скорости  $e$ -захвата  $\lambda_{ec}$  и  $\beta^-$ -распада  $\lambda_\beta$  связаны с [28] с матричными элементами переходов  $B_i^{(\pm)}$ ,  $\tilde{B}_i^{(\pm)}$  соотношением:

$$\lambda_{ec,\beta} = \frac{\ln 2}{K} \sum_i \left\{ B_i^{(\pm)} \Phi^{(\pm)}(E_i) + \tilde{B}_i^{(\pm)} \Phi^{(\pm)}(\tilde{E}_i) \right\}, \quad (1)$$

где  $\Phi^{(\pm)}$  – фазовый интеграл и

$$K = \frac{2\pi^3 (\ln 2) \hbar^7}{G_F^2 V_{ud}^2 g_V^2 m_e^5 c^4} = 6150 \text{ сек.} \quad (2)$$

Здесь  $G_F$  – фермиевская константа связи,  $V_{ud}$  – up-down элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы,  $g_V$  – векторная константа связи. Здесь и далее индекс + (–) указывает на то, что идет речь о  $\text{ГТ}_+$  ( $\text{ГТ}_-$ ) переходах, дающих вклад в процесс  $e$ -захвата (процесс  $\beta$ -распада ядра).

Если пренебречь принципом Паули для нейтрино, фазовый интеграл в случае  $e$ -захвата дается соотношением

$$\Phi^{(+)}(E) = \frac{1}{(m_e c^2)^5} \int_{E_{\min}}^{\infty} F(Z, E_e) (E_e - E)^2 E_e p_e c f_e(E_e) dE_e, \quad (3)$$

где  $p_e = (E_e c^2 - m_e^2 c^4)^{1/2} / c$  – импульс электрона с энергией  $E_e$ , функция Ферми  $F(Z, E_e)$  вносит поправку на искажение электронной волновой функции в кулоновском поле ядер [23]. Порог реакции  $E_{\min} = m_e c^2$ , если  $E < m_e c^2$ , и

$E_{\min} = E$  в противном случае. Для  $\beta^-$ -распада

$$\Phi^{(-)}(E) = \frac{1}{(m_e c^2)^5} \int_{m_e c^2}^{-\Delta E_{fi}^-} F(Z+1, E_e) (E_e + E)^2 E_e p_e c (1 - f_e(E_e)) dE_e. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta E_{fi}^\pm = \varepsilon_f - \varepsilon_i \pm \Delta m_{np}$ ,  $\Delta m_{np} = 1.293$  МэВ – разница масс нейтрона и протона,  $\varepsilon_{i(f)} = \langle i(f) | H | i(f) \rangle$ ,  $H$  – гамильтониан системы. Важно, что энергия перехода  $E$  может быть как положительной, так и отрицательной величиной вследствие заселенности возбужденных состояний из-за тепловых эффектов.

Распределение электронов характеризуется статистикой Ферми-Дирака  $f_e(E_e) = f_e(E_e, \mu_e, T)$  и зависит, в частности, от химического потенциала электронного газа. Химический потенциал  $\mu_e$  может быть найден из уравнения

$$\rho Y_e = \frac{1}{\pi^2 N_A} \frac{1}{(\hbar c)^3} \int_0^\infty (f_e(E_e) - f_{e^+}(E_e)) (p_e c)^2 d(p_e c), \quad (5)$$

где  $Y_e$  – число электронов, приходящихся на один барион,  $N_A$  – число Авогадро. Распределение позитронов  $f_{e^+}(E)$  определяется заменой химического потенциала  $\mu_{e^+} = -\mu_e$ .

Вероятностное распределение различных переходов  $i \rightarrow f$ , обуславливающих процесс  $e$ -захвата ( $\beta^-$ -распада), характеризуется  $\Gamma T_+$  ( $\Gamma T_-$ ) силовой функцией

$$S_{\Gamma T}^\pm(E, T) = \left( \frac{g_A}{g_V} \right)^2 \sum_{if} p_i(T) \frac{|\langle J_f | \vec{\sigma} t_\pm | J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \delta(E - \Delta E_{fi}), \quad (6)$$

где  $J_{i(f)}$  – угловой момент начального (конечного) ядерного состояния,  $g_A$  – аксиальная константа связи,  $g_A/g_V = -1.27$ ,  $\sigma$  – матрица Паули,  $t_\pm$  – оператор повышения (понижения) изоспина нуклона, переводящий протон в нейтрон (нейтрон в протон),  $p_i$  – вероятность заселения возбужденных ядерных состояний вследствие тепловых эффектов.

Найдем связь между силовыми функциями  $S_{\Gamma T}^\pm(E, T)$  и матричными элементами  $B_i^{(\pm)}$ ,  $\tilde{B}_i^{(\pm)}$ . Для расчета в общем случае спектральных функций для

операторов  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  вида

$$S_{A_J B_J}(E, T) = \sum_{if} p_i(T) \frac{\langle J_f || B_J || J_i \rangle \langle J_f || A_J || J_i \rangle^*}{2J_i + 1} \delta(E - \Delta E_{fi}) \quad (7)$$

рассмотрим ядра, находящиеся в горячей и плотной звездной среде, как открытые квантовые системы в тепловом равновесии с резервуарами тепла и частиц. Такие системы могут быть описаны большим каноническим ансамблем при температуре  $T$  с химическим потенциалом протонов  $\lambda_p$  и нейтронов  $\lambda_n$ . Большое каноническое распределение  $p_i(T) \equiv P(\varepsilon_i, A_N^Z)$  задается как

$$P(\varepsilon_i, A_N^Z) = (2J_i + 1) \exp \left\{ -\frac{\varepsilon_i - \lambda_n N - \lambda_p Z}{T} \right\} / \mathcal{Z}(T), \quad (8)$$

где  $\mathcal{Z}$  – большая каноническая сумма. В большом каноническом ансамбле спектральная функция операторов зарядово-обменных  $p \rightleftharpoons n$  переходов может быть записана как Фурье-преобразование корреляционной функции

$$S_{A_J B_J}^{(\pm)}(E, T) = \int \frac{dt}{2\pi} e^{i(E \mp \delta_{np})t} \sum_M \langle\langle A_{JM}^\dagger(t) B_{JM}(0) \rangle\rangle, \quad (9)$$

где  $\delta_{np} = \Delta m_{np} + \lambda_n - \lambda_p$ ,  $A_{JM}(t) = e^{iH't} A_{JM} e^{-iH't}$ ,  $H' = H - \lambda_n \hat{N} - \lambda_p \hat{Z}$ ;  $\hat{N}$ ,  $\hat{Z}$  – операторы числа нейтроно и протонов. Двойные скобки  $\langle\langle \dots \rangle\rangle$  означают среднее по большому каноническому ансамблю, то есть

$$\langle\langle \mathcal{O} \rangle\rangle = \sum_{N,Z} \sum_{i, M_i} (2J_i + 1)^{-1} P(\varepsilon_i, A_N^Z) \langle J_i M_i | \mathcal{O} | J_i M_i \rangle. \quad (10)$$

Корреляционная функция в (9) удовлетворяет условию Кубо-Мартини-Швингера [29, 30]:

$$\langle\langle A^\dagger(t) B(0) \rangle\rangle = \langle\langle B(0) A^\dagger(t + i\beta) \rangle\rangle, \quad \beta = 1/T. \quad (11)$$

Можно показать, что спектральная функция (9) для  $p \rightarrow n$  переходов связана со спектральной функцией для эрмитово сопряженных операторов  $A_{JM}^\dagger$ ,  $B_{JM}^\dagger$

через соотношение детального равновесия:

$$S_{B_J^\dagger A_J^\dagger}^{(-)}(-E, T) = d e^{-(E-\delta_{np})/T} S_{A_J B_J}^{(+)}(E, T), \quad (12)$$

$$S_{A_J^\dagger B_J^\dagger}^{(-)}(E, T) = \int \frac{dt}{2\pi} e^{i(E+\delta_{np})t} \sum_M \langle\langle A_{JM}(t) B_{JM}^\dagger(0) \rangle\rangle.$$

Таким образом, задача расчета сечений слабых реакций сводится к определению корреляционных функций зарядово-обменных мультипольных операторов. Для нахождения  $\langle\langle A(t) B(0) \rangle\rangle$  воспользуемся формализмом ТПД.

В предположении, что горячая ядерная система в состоянии теплового равновесия описывается функцией распределения большого канонического ансамбля, среднее произвольного оператора  $A$  вычисляется как

$$\langle A \rangle = \text{Tr}[\rho A] / \text{Tr}[\rho] = \mathcal{Z}^{-1}(T) \sum_n e^{-E_n/T} \langle n | A | n \rangle, \quad (13)$$

где  $E_n, |n\rangle$  – собственные значения и собственные функции гамильтониана  $H$ . Ключевой идеей ТПД является построение состояния  $|0(T)\rangle$ , именуемого тепловым вакуумом, таким образом, чтобы статистическое среднее (13) оператора  $A$  совпало с квантовомеханическим средним

$$\langle A \rangle = \langle 0(T) | A | 0(T) \rangle. \quad (14)$$

Можно показать [7], что состояние теплового вакуума  $|0(T)\rangle$  не может быть построено с использованием лишь состояний  $|n\rangle$  исходного гильбертова пространства. Для разрешения проблемы в рамках ТПД прибегают к формальному удвоению исходного гильбертова пространства за счет введения тильда-состояний  $|\tilde{n}\rangle$ , являющихся собственными состояниями гамильтониана  $\tilde{H}$  некоторой фиктивной системы, с теми же собственными значениями  $E_n$ :

$$\tilde{H} |\tilde{n}\rangle = E_n |\tilde{n}\rangle.$$

Полное гильбертово пространство строится как прямое произведение исходного физического и нового фиктивного подпространств. Гамильтониан системы

в полном пространстве, именуемый тепловым, имеет вид

$$\mathcal{H} = H - \tilde{H}. \quad (15)$$

Тепловой вакуум  $|0(T)\rangle$  является собственным состоянием теплового гамильтониана, отвечающим нулевому собственному значению. Это состояние удовлетворяет соотношению

$$A|0(T)\rangle = \sigma_A e^{\mathcal{H}/2T} \tilde{A}^\dagger |0(T)\rangle, \quad (16)$$

называемому условием теплового состояния. Соотношение (16) описывает свойства термодинамического равновесия системы. Здесь  $\sigma_A$  – фазовый фактор, равный 1 для бозонных операторов и  $-1$  для фермионных операторов; оператор  $\tilde{A}$  является тильда-партнером оператора  $A$ . Соответствие между физическими операторами и их тильда-партнерами определяется правилами тильда-сопряжения [27, 31, 32]. В [27] было показано, что (16) равносильно условию КМС (11).

В общем случае энергии возбужденных состояний зависят от температуры. У каждой собственной функции теплового гамильтониана с положительной энергией есть тильда-партнер – собственная функция с отрицательной энергией. В ТПД переходы с теплового вакуума на состояния с положительной энергией соответствуют возбуждению нагретой системы, а переходы на состояния с отрицательной энергией – ее девозбуждению.

Покажем вывод выражения для расчета спектральных функций в рамках ТПД на примере процессов  $e$ -захвата; для  $\beta$ -распада вывод аналогичен. Заменяем корреляционную функцию в (9) на среднее по тепловому вакууму:

$$S_{A_J B_J}^{(+)}(E, T) = \int \frac{dt}{2\pi} e^{i(E \mp \delta_{np})t} \sum_M \langle\langle A_{JM}^\dagger(t) B_{JM}(0) \rangle\rangle. \quad (17)$$

В представлении вторичного квантования оператор  $\tilde{H}$  содержит четное число тильда-операторов рождения и уничтожения частиц  $\tilde{a}^\dagger$ ,  $\tilde{a}$  и коммутирует со всеми физическими операторами. Таким образом, формально можно запи-

сать:

$$A(t) = \exp^{i\mathcal{H}t} A \exp^{-i\mathcal{H}t}. \quad (18)$$

Предположим, что мы можем найти собственные состояния и собственные функции теплового гамильтониана

$$\mathcal{H} |\Psi_k\rangle = \varepsilon_k(T) |\Psi_k\rangle, \quad \mathcal{H} |\tilde{\Psi}_k\rangle = \varepsilon_k(T) |\tilde{\Psi}_k\rangle \quad (19)$$

и  $\langle 0(T) | \Psi_k \rangle = \langle 0(T) | \tilde{\Psi}_k \rangle = 0$ . Отметим, что зависящие от температуры собственные состояния  $\mathcal{H}$  образуют пары: каждому состоянию  $|\Psi_k\rangle$  с собственным значением  $\varepsilon_k(T) > 0$  можно поставить в соответствие тильда-сопряженное состояние  $-\varepsilon_k(T) < 0$ . В связи с полнотой собственных состояний теплового гамильтониана, выражение (17) может быть переписано в форме:

$$S_{A_J B_J}(E, T) = \sum_{M, k} \left\{ \langle \Psi_k | B_{JM} | 0(T) \rangle \langle \Psi_k | A_{JM} | 0(T) \rangle^* \delta(E - \delta_{np} - \epsilon_k) + \langle \tilde{\Psi}_k | B_{JM} | 0(T) \rangle \langle \tilde{\Psi}_k | A_{JM} | 0(T) \rangle^* \delta(E - \delta_{np} + \epsilon_k) \right\}. \quad (20)$$

Таким образом, в ТПД спектральная функция выражается через матричные элементы операторов  $A_{JM}$  и  $B_{JM}$  в обкладках теплового вакуума и собственных состояний теплового гамильтониана  $\mathcal{H}$ . Особые точки спектральной функции собственным значениям теплового гамильтониана, сдвинутым на величину  $\delta_{np}$ . При температуре  $T = 0$  матричные элементы переходов на тильда-состояния равны нулю, и тогда  $S_{A_J B_J}(E, T = 0)$  принимает ненулевые значения лишь при  $E > \delta_{np}$ . Таким образом, величина  $\delta_{np}$  может рассматриваться как эффективный порог реакций  $p \rightarrow n$  ( $-\delta_{np}$  для реакций  $n \rightarrow p$ ). При конечной температуре,  $S_{A_J B_J}(E, T)$  перестает обращаться в ноль на интервале  $E < \delta_{np}$ ; переходы при этих энергиях отвечают процессам девозбуждения нагретой системы. Используя условие (16) и учитывая, что  $\langle \Psi_k | \tilde{A} | 0(T) \rangle^* = \langle \tilde{\Psi}_k | A | 0(T) \rangle$ , из уравнения (20) можно вывести принцип детального равновесия (12).

Для дальнейшего вычисления сечений слабых реакций в рамках ТПД необходимо провести диагонализацию теплового ядерного гамильтониана с последующим расчетом спектральных функций. Для диагонализации гамильтониана можно воспользоваться квазичастичным приближением случайной фазы. Метод КПСФ, изначально используемый для случая нулевой температуры, при этом расширяется до  $T \neq 0$  с использованием формализма ТПД. В рамках теплоквазичастичного приближения случайной фазы возбуждения ядерные состояния описываются как однофононные состояния, и соответствующий тепловой гамильтониан после процедуры диагонализации (см. пункт 2.2) принимает вид:

$$\mathcal{H} \approx \sum_{JM_i} \omega_{J_i}(T) (Q_{JM_i}^\dagger Q_{JM_i} - \tilde{Q}_{JM_i}^\dagger \tilde{Q}_{JM_i}), \quad (21)$$

где  $Q_{JM_i}^\dagger$ ,  $Q_{JM_i}$  – операторы рождения и уничтожения тепловых фононов,  $\omega_{J_i}(T)$  – энергии однофононных состояний.

После определения структуры однофононных состояний в рамках ТКП-СФ, спектральную функцию для случая процессов  $p \rightarrow n$  можно представить в виде

$$S_{A_J B_J}(E, T) = \sum_{M, k} \left\{ \langle Q_{J_i} \| B_J \| 0(T) \rangle \langle Q_{J_i} \| A_J \| 0(T) \rangle^* \delta(E - E_{J_i}) + \langle \tilde{Q}_{J_i} \| B_J \| 0(T) \rangle \langle \tilde{Q}_{J_i} \| A_J \| 0(T) \rangle^* \delta(E - \tilde{E}_{J_i}) \right\}, \quad (22)$$

где приведенные матричные элементы определяются как

$$\langle Q_{J_i} \| B_J \| 0(T) \rangle = (2J + 1)^{1/2} \langle Q_{J_i} \| B_J \| 0(T) \rangle. \quad (23)$$

Энергии переходов на физические и тильда-состояния определяются как

$$E_{J_i} = \omega_{J_i}(T) + \delta_{np}, \quad \tilde{E}_{J_i} = -\omega_{J_i}(T) + \delta_{np}. \quad (24)$$

При рассмотрении  $\Gamma T_\pm$  переходов соответствующая силовая функция

имеет вид:

$$S_{GT}^{\pm}(E, T) = \sum_i \left\{ B_i^{(\pm)} \delta(E - E_i) + \tilde{B}_i^{(\pm)} \delta(E - \tilde{E}_i) \right\}, \quad (25)$$

где  $\Gamma T_{\pm}$  матричный элемент  $B_i^{(\pm)}$  определяется как

$$B_i^{(\pm)} = \left( \frac{g_A}{g_V} \right)^2 |\langle Q_i | \vec{\sigma} t_{\pm} | 0(T) \rangle|^2, \quad (26)$$

в то время как в  $\tilde{B}_i^{(\pm)}$  нетильдованное однофононное состояние заменяется на тильдованное. Из принципа детального равновесия (12) следует, что матричные элементы  $\Gamma T_{+}$  и  $\Gamma T_{-}$  связаны соотношением

$$\tilde{B}_i^{(\pm)} = e^{-\omega_i(T)/T} B_i^{\mp}. \quad (27)$$

Таким образом, для каждого  $p \rightarrow n$  ( $n \rightarrow p$ ) перехода на нетильдованное тепловое фононное состояние с  $\omega_{J_i} > 0$  имеется обратный переход  $n \rightarrow p$  ( $p \rightarrow n$ ). Развернутый вид  $\Gamma T_{\pm}$  распределений силы, получаемых в рамках ТКПСФ, представлен в пункте 2.2.

Отметим, что  $\Gamma T$  операторы  $\vec{\sigma} t_{\pm}$  (без коэффициента  $g_A$ ) удовлетворяют правилу сумм Икеды:

$$\sum_i \{ B_i^{(-)} + \tilde{B}_i^{(-)} \} - \{ B_i^{(+)} + \tilde{B}_i^{(+)} \} = 3(N - Z), \quad (28)$$

в то время как индивидуально суммарные  $\Gamma T_{\pm}$  силы могут меняться при изменении температуры [4].

## 2.2 Теплоквазичастичное приближение случайной фазы

Более подробно рассмотрим процедуру диагонализации гамильтониана в рамках приближения случайной фазы.

В качестве модельного ядерного гамильтониана будем использовать фе-

номенологический гамильтониан квазичастично-фононной модели

$$H = H_{av} + H_{pair} + H_{int}, \quad (29)$$

включающий потенциал среднего поля

$$H_{av} = \sum_{\tau=n,p} \sum_{j,m} (E_j - \lambda_\tau) a_{jm}^\dagger a_{jm}, \quad (30)$$

спаривательное взаимодействие в форме БКШ

$$H_{pair} = \sum_{\tau=n,p} \frac{G_\tau}{4} \sum_{\substack{j_1, m_1 \\ j_2, m_2}} a_{j_1 m_1}^\dagger a_{j_1 m_1}^\dagger a_{j_2 m_2} a_{j_2 m_2}, \quad a_{\overline{j m}} = (-1)^{j-m} a_{j, -m} \quad (31)$$

и сепарабельное остаточное взаимодействие  $H_{int}$  в канале частица-дырка, включающий центральную  $H_{int}^C$ , тензорную  $H_{int}^T$  и спин-квадрупольную  $H_{int}^{SQ}$  части (см. обсуждение ниже). В формулах (30), (31)  $E_j$  – одночастичные энергии,  $\tau = n, p$  – индекс, отвечающий за нейтронную и протонную компоненты системы;  $\lambda_\tau$  – нейтронный и протонный химический потенциал (энергия Ферми),  $G_\tau$  – константы (монопольного) спаривания. Здесь и далее  $a_{jm}^\dagger (a_{jm})$  – операторы рождения (уничтожения) нуклона в одночастичном состоянии с квантовыми числами  $nljm \equiv jm$ .

Поскольку речь идет о переходах  $p \rightarrow n$  и  $n \rightarrow p$ , будем рассматривать остаточное взаимодействие в канале частица-дырка ( $ph$ ), описывающее зарядово-обменные возбуждения в ядрах. В первом приближении наибольшую роль играют центральные силы остаточного взаимодействия которые можно представить в виде:

$$\begin{aligned} H_{ph}^C = & -2 \sum_{k=1}^N \sum_{q=\pm 1} \sum_{\lambda\mu} \left( \kappa_0^{(M,k)} + q\kappa_1^{(M,k)} \right) (M_{\lambda\mu})^\dagger M_{\lambda\mu} + \\ & + 2 \sum_{k=1}^N \sum_{q=\pm 1} \sum_{L\lambda\mu} \left( \kappa_0^{(S,k)} + q\kappa_1^{(S,k)} \right) (S_{L\lambda\mu})^\dagger S_{L\lambda\mu}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$M_{\lambda\mu}^\dagger = \sum_{\substack{j_p m_p \\ j_n m_n}} \langle j_p m_p | i^\lambda r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \times t^{(-)} | j_n m_n \rangle a_{j_p m_p}^\dagger a_{j_n m_n},$$

$$S_{L\lambda\mu}^\dagger = \sum_{\substack{j_p m_p \\ j_n m_n}} \langle j_p m_p | i^L r^L [Y_L(\theta, \phi)\sigma]_{\lambda\mu} \times t^{(-)} | j_n m_n \rangle a_{j_p m_p}^\dagger a_{j_n m_n},$$

где  $\kappa_{0,1}^{(M,k)}$ ,  $\kappa_{0,1}^{(S,k)}$  – константы изоскалярного/изовекторного мультипольного и спин-мультипольного взаимодействия,  $[ ]_{\lambda\mu}$  – тензорное произведение операторов углового момента,  $t^{(-)}$  – оператор, переводящий нейтрон в протон. Суммирование по  $k$  возникает на этапе сепарабельзации этой части взаимодействия; связь констант спаривания с параметрами взаимодействия представлена в пункте 2.3 формулой (62).

Структура зарядово-обменных возбуждений нормальной спин-четности определяется мультипольной и спин-мультипольной  $L = \lambda$  компонентами взаимодействия  $H_{ph}^C$ , а структура возбуждений с аномальной спин-четностью – спин-мультипольными компонентами  $L = \lambda - 1$  и  $L = \lambda + 1$ . В последнем случае моды, связанные с компонентой  $L = \lambda - 1$  ( $L = \lambda + 1$ ), характеризуются в среднем более низкими (высокими) энергиями возбуждения. ГТ переходы обуславливают возбуждения с аномальной спин-четностью  $J^P = 1^+$ .

Для описания ГТ переходов необходимо учесть лишь взаимодействие в спин-изоспиновом канале, а именно:

$$H_{int}^C = -2 \sum_{\lambda\mu} \kappa_1^{(S,k)} \left[ (S_{\lambda-1,\lambda\mu})^\dagger S_{\lambda-1,\lambda\mu} + (S_{\lambda+1,\lambda\mu})^\dagger S_{\lambda+1,\lambda\mu} \right], \lambda = 1. \quad (33)$$

Тензорная часть остаточного взаимодействия, отвечающая за смешивание мод  $L = \lambda \pm 1$ , может быть записана в виде:

$$H_{int}^T = -2 \sum_{\lambda\mu} \kappa_1^T \left[ (S_{\lambda-1,\lambda\mu})^\dagger S_{\lambda+1,\lambda\mu} + (S_{\lambda+1,\lambda\mu})^\dagger S_{\lambda-1,\lambda\mu} \right], \lambda = 1, \quad (34)$$

где  $\kappa_1^T$  – константа тензорного взаимодействия. В случае ГТ переходов к тензорному взаимодействию необходимо добавить поправку спин-квадрупольной

природы [36]:

$$H_{int}^{SQ} = -2 \sum_{\lambda\mu} \kappa^{SQ} S_{\lambda+1,\lambda\mu}^\dagger S_{\lambda+1,\lambda\mu}, \lambda = 1. \quad (35)$$

Часть гамильтониана, отвечающая за зарядово-обменные ГТ возбуждения, в результате определяется как сумма от отдельных вкладов  $H_{int}^C$ ,  $H_{int}^T$  и  $H_{int}^{SQ}$ . Весь тепловой гамильтониан, соответствующий описанному выше ядерному гамильтониану, таким образом, будет иметь вид:

$$\mathcal{H} = H - \tilde{H} = \mathcal{H}_{av} + \mathcal{H}_{pair} + \mathcal{H}_{int}. \quad (36)$$

Для учета спаривания и тепловых эффектов начнем с определения базиса тепловых квазичастиц, приводящего к диагонализации БКШ-части гамильтониана  $\mathcal{H}_{av} + \mathcal{H}_{pair}$ . Переход к тепловым квазичастицам осуществляется посредством двух последовательных преобразований.

Стандартное преобразование Боголюбова

$$\begin{aligned} \alpha_{jm}^\dagger &= u_j a_{jm}^\dagger - v_j a_{\bar{j}m}, \\ \alpha_{jm} &= u_j a_{jm} - v_j a_{\bar{j}m}^\dagger, \\ u_j^2 + v_j^2 &= 1 \end{aligned} \quad (37)$$

приводит к смешиванию одночастичных конфигураций нуклонов. Квазичастичные операторы  $\alpha_{jm}^\dagger$  трактуются как операторы, рождающие частицу на уровне  $jm$  с вероятностью  $u_j^2$  и дырку с вероятностью  $v_j^2$ . Иначе говоря, коэффициент  $v_j^2$  ( $u_j^2$ ) характеризует степень заполненности (незаполненности) оболочки.

Тепловое преобразование Боголюбова

$$\begin{aligned} \beta_{jm}^\dagger &= x_j \alpha_{jm}^\dagger - iy_j \tilde{\alpha}_{jm}, \\ \tilde{\beta}_{jm}^\dagger &= x_j \tilde{\alpha}_{jm}^\dagger + iy_j \alpha_{jm}, \\ x_j^2 + y_j^2 &= 1 \end{aligned} \quad (38)$$

вводит в рассмотрение температуру посредством смешивания обычных и тильда-квазичастиц. Подобно спариванию, тепловые эффекты приводят к размытию уровня Ферми. Коэффициенты  $u_j, v_j, x_j, y_j$  находят в ходе классической БКШ-процедуры диагонализации  $\mathcal{H}_{av} + \mathcal{H}_{pair}$  при требовании выполнения условия теплового состояния (16). Получаемые уравнения имеют вид:

$$v_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{E_j - \lambda_\tau}{\epsilon_j} \right)^{1/2}, \quad u_j = (1 - v_j^2)^{1/2}, \quad (39)$$

$$y_j = \left[ 1 + \exp \left( \frac{\epsilon_j}{T} \right) \right]^{-1/2}, \quad x_j = (1 - y_j^2)^{1/2}, \quad (40)$$

где  $E_j$  – одночастичные энергии,  $\epsilon_j = \sqrt{(E_j - \lambda_\tau)^2 + \Delta_\tau^2}$  – одноквазичастичные энергии. Энергетическая щель  $\Delta_\tau$  и химический потенциал  $\lambda_\tau$  являются решениями БКШ-уравнений при конечной температуре:

$$\Delta_\tau(T) = \frac{G_\tau}{2} \sum_j^\tau (2j + 1)(1 - 2y_j^2)u_jv_j, \quad (41)$$

$$N_t = \sum_j^\tau (2j + 1)(v_j^2x_j^2 + u_j^2y_j^2), \quad (42)$$

где  $N_\tau$  – число нейтронов и протонов в ядре,  $\sum^\tau$  подразумевает суммирование только по нейтронным или протонным одночастичным состояниям.

В результате диагонализации часть гамильтониана  $\mathcal{H}_{av} + \mathcal{H}_{pair}$  преобразуется в виде

$$\mathcal{H}_{av} + \mathcal{H}_{pair} \simeq \sum_\tau \sum_{jm}^\tau \epsilon_j (\beta_{jm}^\dagger \beta_{jm} - \tilde{\beta}_{jm}^\dagger \tilde{\beta}_{jm}), \quad (43)$$

что отвечает системе невзаимодействующих тепловых квазичастиц.

Вакуум тепловых квазичастиц (который будем обозначать как  $|0(T); qp\rangle$ )

является тепловым вакуумом в приближении БКШ. Можно показать, что

$$\begin{aligned}\alpha_{jm}^\dagger |0(T); qp\rangle &= x_j \beta_{jm}^\dagger |0(T); qp\rangle, \\ \alpha_{jm} |0(T); qp\rangle &= -iy_j \tilde{\beta}_{jm}^\dagger |0(T); qp\rangle.\end{aligned}\quad (44)$$

Первый из процессов при этом соответствует рождению тепловой квазичастицы с положительной энергией (и возбуждению системы); второй приводит к рождению тепловой квазичастицы с отрицательной энергией (и девозбуждению системы).

Коэффициенты  $y_j^2$  определяют среднее число боголюбовских квазичастиц в тепловом БКШ вакууме

$$\langle 0(T); qp | \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} | 0(T); qp \rangle = y_j^2, \quad (45)$$

совпадая таким образом с заселенностью состояний в статистике Ферми-Дирака.

На следующем этапе в приближении случайной фазы производится диагонализация полного ядерного гамильтониана и вывод уравнений ПСФ. В случае конечных температур, для этой цели вводится оператор теплового фона в виде линейной комбинации операторов рождения и уничтожения пар тепловых квазичастиц

$$\begin{aligned}Q_{\lambda\mu}^\dagger &= \sum_{p,n} (\psi_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_p^\dagger \beta_n^\dagger]_{\lambda\mu} + \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{\bar{p}}^\dagger \tilde{\beta}_{\bar{n}}^\dagger]_{\lambda\mu} + i\eta_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_p^\dagger \tilde{\beta}_{\bar{n}}^\dagger]_{\lambda\mu} + i\tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{\bar{p}}^\dagger \beta_n^\dagger]_{\lambda\mu} \\ &\quad + \phi_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_{\bar{p}} \beta_{\bar{n}}]_{\lambda\mu} + \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_p \tilde{\beta}_n]_{\lambda\mu} + i\xi_{j_p j_n}^{\lambda i} [\beta_{\bar{p}} \tilde{\beta}_n]_{\lambda\mu} + i\tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_p \beta_{\bar{n}}]_{\lambda\mu}).\end{aligned}\quad (46)$$

Здесь индексы  $p, n$  – квантовые числа протонов и нейтронов в ядре; черта над индексом – символ обращения времени.

Энергия однофононного состояния  $Q_{\mu k}^\dagger |0(T)\rangle$  (где через  $|0(T)\rangle$  обозначается фононный вакуум) находится из вариационного принципа при дополнительных ограничениях на фононные амплитуды  $\psi, \phi, \eta, \xi$  и соответствующие

тильда-амплитуды, связанные условием нормировки. Условие нормировки

$$\sum_{j_p j_n} \left( \psi_{j_p j_n}^{\lambda_i} \psi_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} + \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda_i} \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} + \eta_{j_p j_n}^{\lambda_i} \eta_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} + \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda_i} \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} - \phi_{j_p j_n}^{\lambda_i} \phi_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} - \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda_i} \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} - \xi_{j_p j_n}^{\lambda_i} \xi_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} - \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda_i} \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{\lambda_{i'}} \right) = \delta_{ii'} \quad (47)$$

возникает в предположении, что фононные операторы коммутируют как бозонные операторы:  $[Q_{\lambda'\mu'i'}, Q_{\lambda\mu i}^\dagger] = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{ii'}$ .

С учетом условия (47), вариационное уравнение записывается в форме:

$$\delta \{ \langle 0(T) | Q_{\mu k} H Q_{\mu k}^\dagger | 0(T) \rangle - \frac{\omega_k}{2} \langle 0(T) | [Q_{\mu k}, Q_{\mu k}^\dagger] | 0(T) \rangle - 1 \} = 0, \quad (48)$$

Благодаря сепарабельной форме остаточного взаимодействия полученная после варьирования по фононным амплитудам система линейных уравнений сводится к алгебраическому секулярному уравнению, корни которого определяют энергии однофононных состояний. Эта система имеет нетривиальное решение, если энергия  $\omega_{\lambda_i}$  теплового однофононного состояния удовлетворяет следующему секулярному уравнению:

$$\begin{pmatrix} A & C & B & D \\ C' & A' & D' & B' \\ -B & -D & -A & -C \\ -D' & -B' & -C' & -A' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi \\ \Gamma \\ \Phi \\ \Xi \end{pmatrix} = \omega_{\lambda_i} \begin{pmatrix} \Psi \\ \Gamma \\ \Phi \\ \Xi \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Выражение для элементов матрицы секулярного уравнения можно найти в Приложении Б.

После процедуры диагонализации тепловой гамильтониан приобретает форму (21). Можно показать, что выражения для силовой функции  $\Gamma T_\pm$  переходов при этом переписываются в виде:

$$B_i^{(\pm)}(E_i) = \left[ \sum_{j_p j_n} (-1)^{j_n - j_p + 1} \langle j_n || g_A \vec{\sigma} t_\pm || j_p \rangle \Omega_{j_p j_n i}^{(\pm)} \right]^2, \quad (50)$$

где

$$\begin{aligned}
\Omega_{j_p j_n i}^{(+)} &= v_{j_p} u_{j_n} (x_{j_p} x_{j_n} \psi_{j_p j_n}^{1i} + y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{1i}) + \\
&\quad + u_{j_p} v_{j_n} (y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{1i} + x_{j_p} x_{j_n} \phi_{j_p j_n}^{1i}) - \\
&\quad - v_{j_p} v_{j_n} (x_{j_p} y_{j_n} \eta_{j_p j_n}^{1i} + y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{1i}) + \\
&\quad + u_{j_p} u_{j_n} (y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{1i} + x_{j_p} y_{j_n} \xi_{j_p j_n}^{1i}), \\
\Omega_{j_p j_n i}^{(-)} &= u_{j_p} v_{j_n} (x_{j_p} x_{j_n} \psi_{j_p j_n}^{1i} + y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\phi}_{j_p j_n}^{1i}) + \\
&\quad + v_{j_p} u_{j_n} (y_{j_p} y_{j_n} \tilde{\psi}_{j_p j_n}^{1i} + x_{j_p} x_{j_n} \phi_{j_p j_n}^{1i}) + \\
&\quad + u_{j_p} u_{j_n} (x_{j_p} y_{j_n} \eta_{j_p j_n}^{1i} + y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\xi}_{j_p j_n}^{1i}) - \\
&\quad - v_{j_p} v_{j_n} (y_{j_p} x_{j_n} \tilde{\eta}_{j_p j_n}^{1i} + x_{j_p} y_{j_n} \xi_{j_p j_n}^{1i}).
\end{aligned}$$

При этом энергия ГТ<sub>±</sub> перехода  $E_i$  связана с энергией фонона  $\omega_i$  соотношением

$$E_i = \omega_k \pm (\lambda_n - \lambda_p + \Delta m_{np}). \quad (51)$$

### 2.3 Метод Хартри-Фока со взаимодействием Скирма

Для расчета одночастичных волновых функций  $\phi = \phi(\hat{r}, \vec{\sigma})$  и энергий  $E_j$  применялся метод Хартри-Фока (ХФ) с использованием взаимодействия Скирма. Основные идеи ХФ подхода описаны в Приложении В.

В настоящей работе взаимодействие Скирма берется в форме:

$$\begin{aligned}
V_{12} &= t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_\sigma) \left[ \vec{k}'^2 \delta(\vec{r}) + \delta(\vec{r}) \vec{k}'^2 \right] \\
&\quad + t_2(1 + x_2 P_\sigma) \vec{k}' \delta(\vec{r}) \vec{k}' + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_\sigma) [\rho(\vec{R})]^\alpha \delta(\vec{r}) \\
&\quad + i W_0 \vec{\sigma} [\vec{k}' \delta(\vec{r}) \vec{k}']
\end{aligned} \quad (52)$$

где  $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ ,  $\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$ ,  $\vec{k} = \frac{1}{2i}(\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2)$ ,  $\vec{k}'$  - оператор, комплексно сопряженный с  $\vec{k}$ ,  $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2$ ,  $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)$ . Первый член во взаимодействии Скирма связан с центральными силами, второй и третий члены – нелокаль-

ные, четвертый член отвечает за трехчастичное взаимодействие, пятый член связан со спин-орбитальным взаимодействием нуклонов. Параметрами взаимодействия являются коэффициенты  $t_0..t_3$ ,  $x_0..x_3$ ,  $\alpha$  и  $W_0$ .

Особенностью сил Скирма является их нулевой радиус действия. Присутствующая во всех слагаемых взаимодействия  $\delta$ -функция приводит к существенному упрощению уравнений Хартри-Фока, сводя их к системе дифференциальных уравнений, а также позволяет выразить энергию системы через плотность энергии [33]:

$$E_0 = \int \mathcal{H}(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (53)$$

Плотность энергии  $\mathcal{H}(r)$  при этом является функцией трех величин:

- нуклонной плотности

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{i,\sigma} |\phi_i(\vec{r}, \sigma)|^2, \quad (54)$$

- плотности кинетической энергии

$$\tau(\vec{r}) = \sum_{i,\sigma} |\nabla \phi_i(\vec{r}, \sigma)|^2, \quad (55)$$

- спиновой плотности

$$\vec{J}(\vec{r}) = (-i) \sum_{i,\sigma,\sigma'} \phi_i^*(\vec{r}, \sigma) [\nabla \phi_i(\vec{r}, \sigma) \times \langle \sigma | \vec{\sigma} | \sigma' \rangle]. \quad (56)$$

Суммирование проводится по всем занятым одночастичным состояниям. Полное выражение для плотности энергии можно найти, например, в [34].

Уравнения Хартри-Фока со взаимодействием Скирма можно получить из условия стационарности полной энергии при вариации по нормализованным

волновым функциям:

$$\frac{\delta}{\delta\phi_k} \left( E_0 - \sum_i \varepsilon_i \int d\vec{r} |\phi_i(\vec{r})|^2 \right) = 0. \quad (57)$$

Вариация энергии системы и интегрирование по частям дает выражение:

$$\delta E = \int d\vec{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m^*(\vec{r})} \delta\tau(\vec{r}) + U(\vec{r})\delta\rho(\vec{r}) + W(\vec{r})\delta\vec{J}(\vec{r}) \right], \quad (58)$$

где  $m^*$  именуется эффективной массой нуклона,  $U(\vec{r})$  - среднее поле ядра,  $W(\vec{r})$  - спин-орбитальный потенциал. При варьировании  $\tau$ ,  $\rho$  и  $J$  получается система уравнений:

$$\left\{ \vec{\nabla} \frac{\hbar^2}{2m^*(\vec{r})} \vec{\nabla} + U(\vec{r}) + W(\vec{r}) \frac{1}{i} (\vec{\nabla} \times \vec{\sigma}) \right\} \phi_i(\vec{r}) = \varepsilon_i \phi_i(\vec{r}). \quad (59)$$

В настоящей работе для решения уравнений Хартри-Фока на первой итерации брались одночастичные волновые функции в потенциале Вудса-Саксона, далее последовательность действий была такой, как описывалось выше.

Точное выражение для остаточного взаимодействия в  $ph$ -канале в теории функционала плотности энергии получают посредством взятия второй производной от энергетической плотности по плотности нуклонов. В первом приближении наибольшую роль играют центральные силы остаточного взаимодействия. Эта часть остаточного взаимодействия может быть приближенно представлена в форме Ландау-Мигдала, имеющей в импульсном пространстве вид [37]:

$$V_{res}^C(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = N_0^{-1} \sum_{l=0}^1 [F_l + G_l \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + (F'_l + G'_l \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2] P_l \left( \frac{\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2}{k_F^2} \right), \quad (60)$$

где  $\vec{k}_i$ ,  $\vec{\sigma}_i$  и  $\tau_i$  – операторы импульса, спина и изоспина нуклона,  $N_0 = 2k_F m^* / \pi^2 \hbar^2$ ,  $k_F$  – импульс Ферми,  $m^*$  – эффективная масса нуклона. Для взаимодействий Скирма параметры Ландау с  $l > 1$  равны нулю. Если учесть лишь члены  $l = 0$ , выражение для  $V_{res}^C$  в координатном представлении примет вид:

$$V_{res}^C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = N_0^{-1} [F_0(r_1) + G_0(r_1)\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + (F'_0(r_1) + G'_0(r_1)\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (61)$$

Параметры  $F_0, G_0, F'_0, G'_0$  однозначно связаны с параметрами Скирма:

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{N_0}{16} \{12t_0 + t_3 \rho^\alpha (\alpha + 1)(\alpha + 2) + 2k_F^2 [3t_1 + (5 + 4x_2)t_2]\}, \\ F'_0 &= -\frac{N_0}{24} \{6t_0(1 + 2x_0) + t_3 \rho^\alpha (1 + 2x_3) + 3k_F^2 [t_1(1 + 2x_1) - t_2(1 + 2x_2)]\}, \\ G_0 &= -\frac{N_0}{24} \{6t_0(1 - 2x_0) + t_3 \rho^\alpha (1 - 2x_3) + 3k_F^2 [t_1(1 - 2x_1) - t_2(1 + 2x_2)]\}, \\ G'_0 &= -\frac{N_0}{24} [6t_0 + t_3 \rho^\alpha + 3k_F^2 (t_1 - t_2)]. \end{aligned}$$

Параметры Ландау, таким образом, зависят от плотности  $\rho(r)$  и потому являются функциями координаты.

Можно показать, что взаимодействию  $V_{res}^C$  в представлении вторичного квантования отвечает гамильтониан, приобретающий после процедуры сепарабельзации вид (32) [6, 37, 38]. Отметим, что в ходе такой сепарабельзации факторизуется лишь угловая часть, в то время как для разделения радиальных частей нуклонов в матричном элементе взаимодействия используется метод интегрирования Гаусса. Это приводит к возникновению наборов  $\kappa^{(k)}$  изоскалярных и изовекторных констант спаривания, которые однозначно связаны с параметрами Ландау:

$$\begin{pmatrix} \kappa_0^{(M,k)} \\ \kappa_1^{(M,k)} \\ \kappa_0^{(S,k)} \\ \kappa_1^{(S,k)} \end{pmatrix} = -N_0^{-1} \frac{Rw_k}{2r_k^2} \begin{pmatrix} F_0(r_k) \\ F'_0(r_k) \\ G_0(r_k) \\ G'_0(r_k) \end{pmatrix}, \quad (62)$$

где  $k = 1..N$ ,  $r_k$  – точки разбиения интервала интегрирования,  $N$  – число этих точек,  $w_k$  – веса,  $R$  – расстояние, до которого ведется интегрирование.

Если в задача подразумевается учет тензорных сил, взаимодействие Скинра можно дополнить соответствующим членом, имеющим вид:

$$\begin{aligned}
V^t(\vec{r}) = & \frac{1}{2}t_e\{[3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k}')(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k}') - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)\vec{k}'^2]\delta(\vec{r}) \\
& + \delta(\vec{r})[3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k}) - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)\vec{k}^2]\} \\
& + t_o[3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k}')\delta(\vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k}) - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)\vec{k} \cdot \delta(\vec{r})\vec{k}]. \quad (63)
\end{aligned}$$

Слагаемое  $\sim t_e$  является четной при обращении по времени частью тензорного взаимодействия, играющей роль в случае изоспинового синглета, реализуемого лишь для  $np$ -пар, в то время как слагаемое  $\sim t_o$  является нечетной при обращении по времени частью взаимодействия, играющей роль в случае изоспинового триплета, который может реализовываться как для нейтрон-протонных пар, так и для пар тождественных нуклонов. Новые константы связи  $t_e$ ,  $t_o$ , вообще говоря, являются независимыми параметрами взаимодействия.

Вывод общей формы энергетического функционала для тензорного взаимодействия нулевого радиуса можно найти в [35]. Отметим лишь, что на уровне среднего поля вклад от тензорных сил обладает такой же формой, как и вклад от спин-орбитального взаимодействия, поэтому их принято объединять в общий спин-орбитальный потенциал. Так для нейтронной компоненты спин-орбитальный потенциал имеет вид:

$$W_n(r) = \frac{W_0}{2}(2\vec{\nabla}\rho_n + \vec{\nabla}\rho_p) + \alpha J_n + \beta J_p. \quad (64)$$

Здесь индексами  $n, p$  обозначены нейтронные и протонные компоненты плотностей  $\rho = \rho_n + \rho_p$ ,  $J = J_n + J_p$ , формула для протонной части спин-орбитального взаимодействия получается заменой всех индексов  $n$  на  $p$  и наоборот. Протон-нейтронные константы связи  $\alpha = \alpha_C + \alpha_T$ ,  $\beta = \beta_C + \beta_T$  содержат в себе вклады

от центральной и тензорной частей взаимодействия, причем

$$\begin{aligned}\alpha_C &= \frac{1}{8}(t_1 - t_2) - \frac{1}{8}(t_1 x_1 + t_2 x_2), \\ \beta_C &= -\frac{1}{8}(t_1 x_1 + t_2 x_2), \\ \alpha_T &= \frac{5}{4}t_o, \\ \beta_T &= \frac{5}{8}(t_e + t_o).\end{aligned}$$

Для введения тензорных сил на уровне остаточного взаимодействия в случае зарядово-обменных ГТ переходов, их можно аппроксимировать в виде [36]

$$V_{ph}^T(\vec{r}_1 \vec{r}_2) = V_{T1}(\vec{r}_1 \vec{r}_2) + V_{T1}(\vec{r}_2 \vec{r}_1) + V_{T2}(\vec{r}_1 \vec{r}_2), \quad (65)$$

$$V_{T1} = \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \lambda_1 \sum_M [Y_0(\hat{r}_1) \vec{\sigma}_1]_{1M} r_2^2 [Y_2(\hat{r}_2) \vec{\sigma}_2]_{1M}^*, \quad (66)$$

$$V_{T2} = \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \lambda_2 \sum_M r_1^2 [Y_2(\hat{r}_1) \vec{\sigma}_1]_{1M} r_2^2 [Y_2(\hat{r}_2) \vec{\sigma}_2]_{1M}^*. \quad (67)$$

Коэффициенты  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  фиксировались так, чтобы воспроизвести центры ГТ и спин-квадрупольных силовых функций в ядрах  $^{90}\text{Zr}$  и  $^{208}\text{Pb}$  в [36] при использовании взаимодействия Скирма SGII с тензорными силами. В настоящей работе будем пользоваться зависимостями

$$\lambda_1 = \frac{4.33(\beta_T - \alpha_T)}{A^2} \text{ МэВ фм}^{-2}, \quad (68)$$

$$\lambda_2 = \frac{0.12(\beta_T - \alpha_T)}{A^2} \text{ МэВ фм}^{-4}, \quad (69)$$

предложенными в работе [14].

Можно показать, что части взаимодействия  $V_{T1}$  отвечает гамильтониан (34), а части  $V_{T2}$  соответствует спин-квадрупольный вклад (35), причем  $\kappa_1^T = \lambda_1$ ,  $\kappa^{SQ} = \lambda_2$ .

## 3 Результаты

### 3.1 Силовое распределение ГТ переходов

Для изучения влияния тензорного взаимодействия на  $\Gamma T_{\pm}$  силовое распределение в нагретых ядрах  $^{56,78}\text{Ni}$  проводятся расчеты с четырьмя различными наборами параметров взаимодействия Скирма: SGII [39], SGII+T [12], T43 [40], T45 [40]. Параметризации SGII и SGII+T отличаются лишь на уровне учета тензорного взаимодействия (как в среднем поле, так и в остаточном взаимодействии); сопоставление расчетов с этими наборами параметров должно показать, как именно тензорные силы влияют на распределение ГТ силы в ядрах при конечной температуре и как учет тензорных корреляций сказывается на скоростях реакций, обусловленных слабым взаимодействием. Более детальный анализ этих вопросов дает сравнение результатов, полученных при использовании взаимодействий Скирма T45, T43, SGII+T, включающих тензорные силы малой, средней и наибольшей величины соответственно, диктуемой разницей  $(\beta_T - \alpha_T) \sim (t_e - t_o)$ , входящей в выражения (68), (69) для параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Параметры  $t_e$  и  $t_o$  различных параметризаций взаимодействия Скирма представлены в таблице 1.

Таблица 1: Параметры  $t_e$  и  $t_o$  различных параметризаций взаимодействия Скирма. Все величины измеряются в  $\text{МэВ} \cdot \text{фм}^{-5}$

Параметризация	$t_e$	$t_o$	$t_e - t_o$
SGII	0	0	0
SGII+T	336	-144	480
T43	147	-49	196
T45	116	52	64

Для расчета ГТ силовых функций и скоростей  $e$ -захвата и  $\beta$ -распада нагретых ядер использованы программы, написанные в среде программирования Fortran. В этих программах на первом этапе проводился расчет ХФ одночастичных волновых функций и энергий. Эта информация далее использовалась для расчета  $\Gamma T_{\pm}$  силовых распределений с использованием формализма

ТКПСФ, после чего проводился расчет скоростей  $\beta$ -распада и  $e$ -захвата. В ходе настоящей работы имевшиеся программы с ХФ- и ТКСПФ-расчетами были дополнены для учета тензорных корреляций в ядрах.

Отметим, что обнаруженное в эксперименте подавление полного ГТ распределения силы воспроизводится нами как в работе [8] уменьшением аксиальной константы связи  $g_A$  с помощью фактора ослабления  $q = 0.74$ . Этот же фактор был использован в оболочечной модели [22].

На рис. 3 показаны результаты расчета ГТ силовых функций в ядре  $^{56}\text{Ni}$ , полученные с использованием взаимодействий SGII и SGII+T при  $T = 0$ . Последней заполненной подоболочкой в этом ядре как в нейтронной, так и в протонной системе является подоболочка  $1f_{7/2}$ , поэтому наиболее существенный вклад в распределение ГТ силы дают переходы из  $1f_{7/2}$  в  $1f_{5/2}$ . Как видно, тензорные сил при использовании взаимодействия SGII+T ведет к смещению центроида и ГТ<sub>-</sub>, и ГТ<sub>+</sub> силового распределения в сторону более низких энергий. В то же время тензорные корреляции увеличивают силы перехода. В случае изотопа  $^{78}\text{Ni}$  структура силового распределения более сложная, однако аналогично наблюдается смещение распределений к низким энергиям с увеличением суммарной силы при учете тензорных сил.

Влияние центральной и тензорной частей остаточного взаимодействия наглядно прослеживается на рис. 5. Представленная величина  $S_{GT}^{\pm}(E)$  определяется как суммарная силы  $S_{GT}^{\pm}$  для части распределения, расположенной левее аргумента  $E$ . Силовое распределение является производной от функции  $S_{GT}^{\pm}(E)$ , именуемой бегущей суммой ГТ<sub>±</sub> распределения. На рис. 5 представлены функции  $S_{GT}^{\pm}(E)$  в изотопах  $^{56,78}\text{Ni}$ , полученные для всех рассматриваемых параметризаций взаимодействия Скирма. Отталкивающая центральная часть остаточного взаимодействия смещает распределение ГТ<sub>-</sub> силы к более высоким энергиям, в то время как притягивающее тензорное взаимодействие действует в обратном направлении. Степень смещения ГТ<sub>-</sub> распределения прямым образом связана с амплитудой тензорных сил во взаимодействиях SGII+T, T43 и T45. Наиболее сильно меняется картина распределения при использовании взаимодействия SGII+T, в то время как тензорные силы в

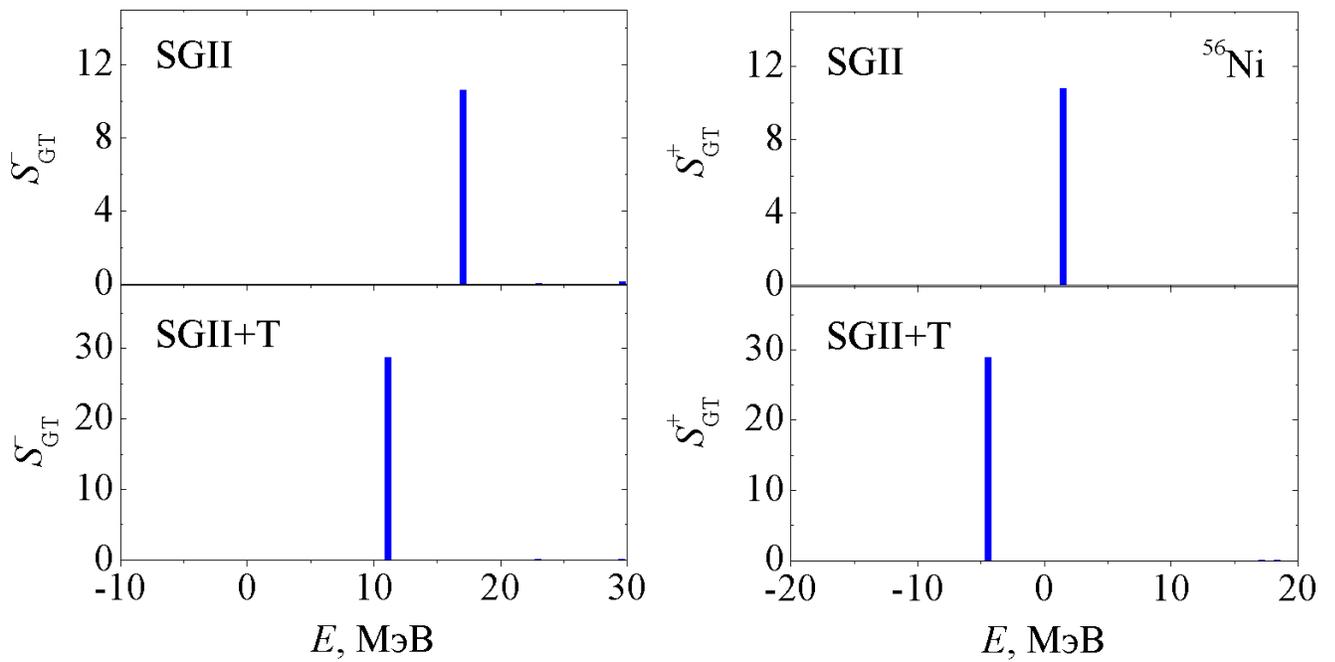


Рисунок 3: Распределение силы ГТ переходов в ядре  $^{56}\text{Ni}$  при нулевой температуре, рассчитанные с взаимодействием Скирма SGII и SGII+T.

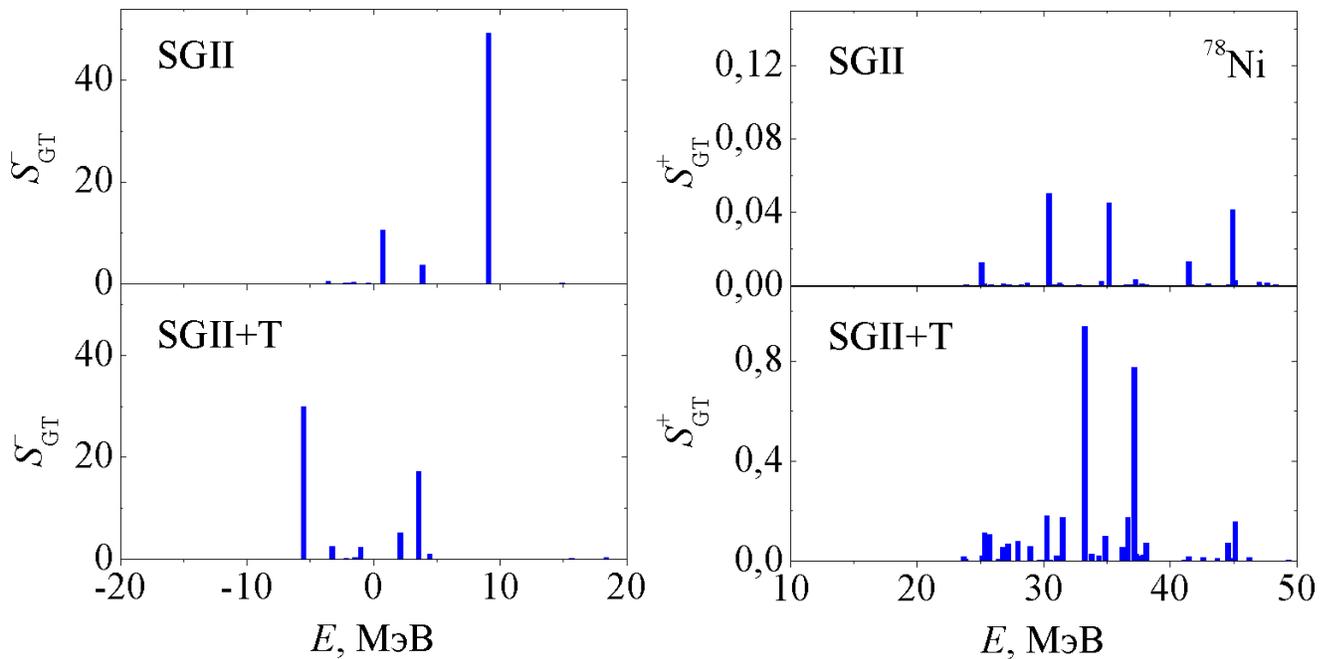


Рисунок 4: Распределение силы ГТ переходов в ядре  $^{78}\text{Ni}$  при нулевой температуре, рассчитанные с взаимодействием Скирма SGII и SGII+T.

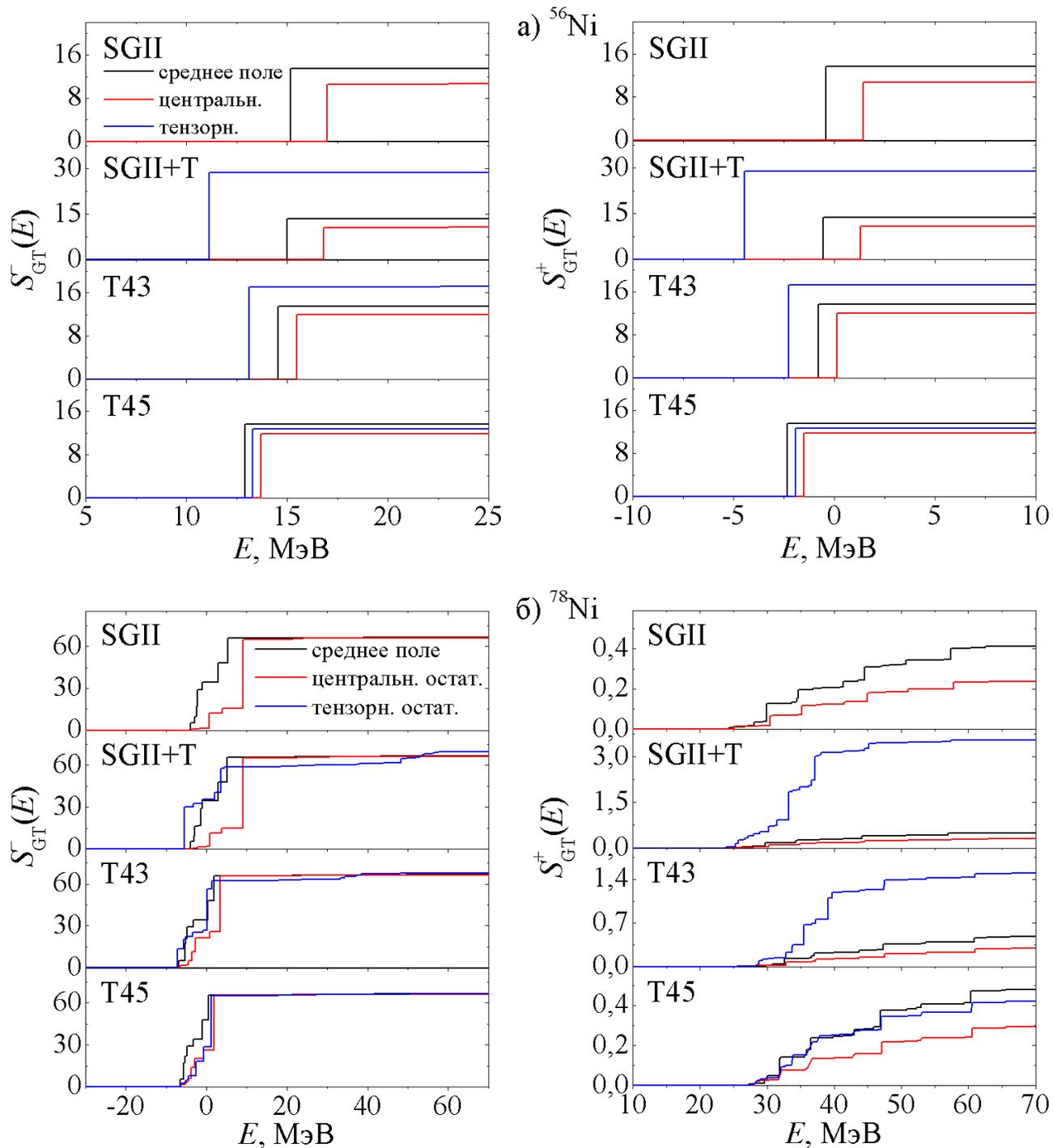


Рисунок 5: Бегущая сумма для  $GT_{\pm}$  распределения силы при нулевой температуре в а)  $^{56}\text{Ni}$ , б)  $^{78}\text{Ni}$ . Черным отмечен расчет в приближении среднего поля ядра, красным – расчет с учетом центральной части остаточного взаимодействия, синим – расчет с учетом центральной и тензорной частей остаточного взаимодействия.

$T_{45}$  вносят незначительные поправки. В случае изотопа  $^{78}\text{Ni}$  отдельно отметим, что при учете тензорных сил относительные изменения суммарной  $\Gamma T_-$  силы малы, чего нельзя сказать об изменении  $\Gamma T_+$  суммарной силы. Малость полной  $\Gamma T_+$  силы по сравнению с  $\Gamma T_-$  приводит к тому, что первая из двух величин может существенно меняться при небольших изменениях второй.

На рис. 6а показана силовая функция  $\Gamma T$  переходов в ядре  $^{56}\text{Ni}$  для значений температуры вплоть до  $T = 0.8$  МэВ с шагом в 0.2 МэВ. Как видно, с ростом температуры увеличивается доля низкоэнергетических переходов, что связано с тепловым размытием поверхности Ферми, возрастающим с температурой. Рост температуры ведет также к увеличению суммарной  $\Gamma T$  силы, что должно способствовать ускорению процессов, обусловленных соответствующими переходами. Аналогичные расчеты для  $^{56}\text{Ni}$  в интервале температур до 2 МэВ представлены на рис. 6б.

## 3.2 Скорость $\beta$ -распада

По своим свойствам  $^{78}\text{Ni}$  является нейтронно-избыточным изотопом, распадающимся по каналу  $\beta^-$ -распада с периодом полураспада  $T_{1/2} = 122.2$  мс, что отвечает скорости  $\lambda(^{78}\text{Ni}) = 5.67 \text{ с}^{-1}$ . Изотоп  $^{56}\text{Ni}$  – протонно-избыточный, распадается по каналу  $e$ -захвата с периодом полураспада  $T_{1/2} = 6.075$  дней, то есть с  $\lambda(^{56}\text{Ni}) = 1.32 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ . Эти экспериментальные данные, безусловно, были получены в условиях, когда с хорошей точностью ядро можно рассматривать как систему при температуре  $T = 0$  К; аналогичных данных для нагретых ядер нет в силу отсутствия возможности проведения экспериментов при ненулевых температурах (в ядерных масштабах) в земных условиях. Адекватность получаемых результатов, таким образом, можно оценить лишь посредством сравнения расчетов в различных моделях. Отметим также, что мы не ставили целью воспроизведение указанных выше данных при нулевой температуре. Имеющиеся такие оценки с использованием различных параметризаций взаимодействия Скирма расходятся на несколько порядков.

На рис. 7 представлен результат расчетов скорости  $\beta$ -распада ядра  $^{56}\text{Ni}$  при температурных условиях, реализующихся на начальных этапах коллап-

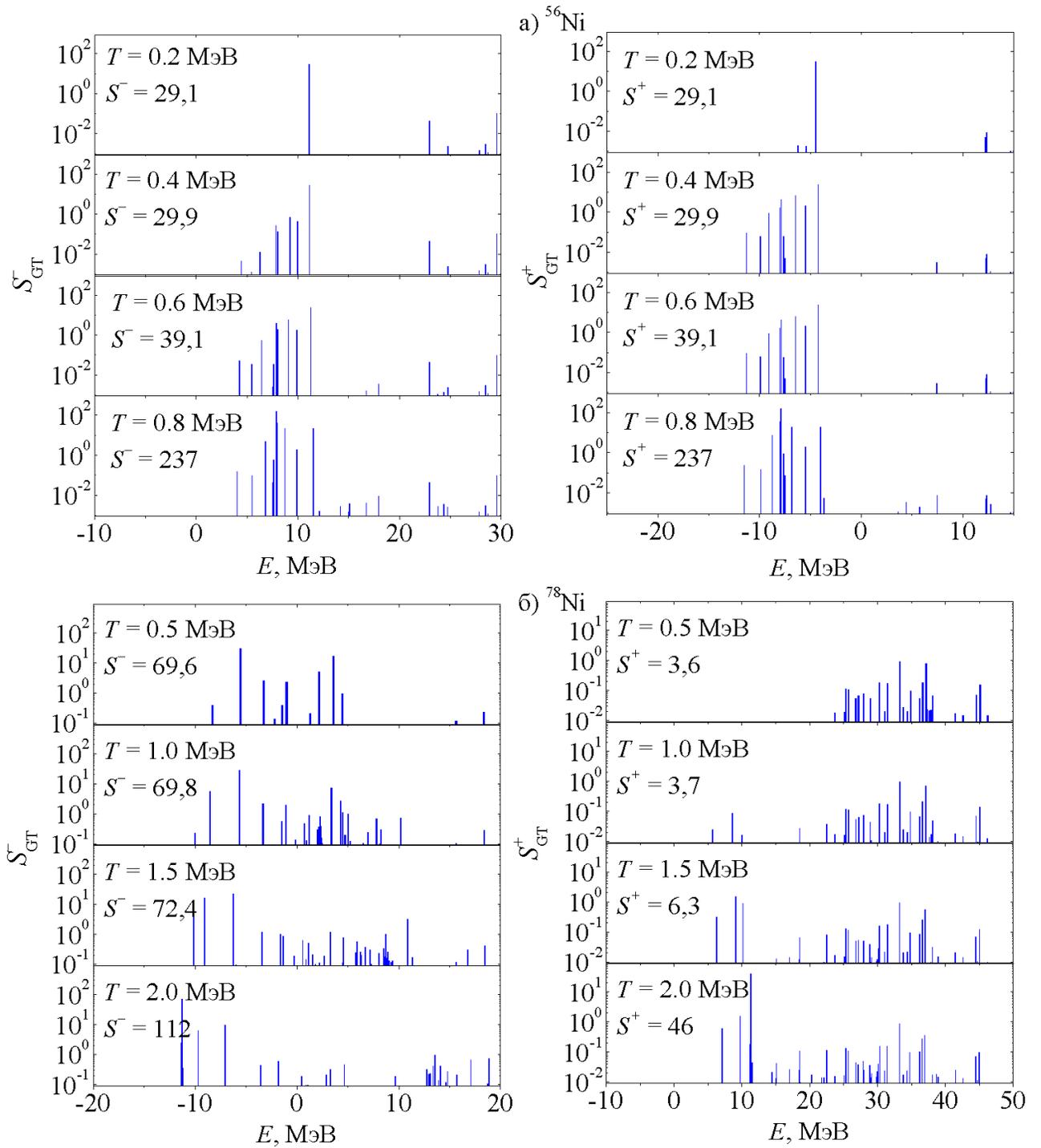


Рисунок 6: Силовые распределения ГТ переходов в нагретом ядре а)  $^{56}\text{Ni}$ , б)  $^{78}\text{Ni}$ . Расчет со взаимодействием SGII+T.

са, для двух значений плотности электронного газа. Результаты расчетов с учетом различных частей взаимодействия (в приближении ХФ, при учете центральной и тензорной компонент остаточного взаимодействия) сравни-

ваются с вычислениями, проведенными ранее в рамках оболочечной модели LSSM [21, 22].

Как видно, рост плотности электронного газа уменьшает скорость реакции, что связано с увеличением химического потенциала электронного газа и блокировкой фазового пространства, доступного для вылетающего электрона. Такая блокировка ослабляется, однако, при повышении температуры вследствие увеличения числа переходов из высоковозбужденных состояний.

Отметим, что при меньших плотностях (около  $\rho Y = 10^7$  г/см<sup>3</sup>) и невысоких температурах (около 0.2 МэВ) в отдельных случаях достигаются различия в 20 порядков. Существенные отличия в данном случае возникают из-за того, что в ядре  $^{56}\text{Ni}$  имеется переход значительной амплитуды, энергия которого близка к порогу реакции, равному  $E = E_f - E_i = -m_e$ . На рис. 8 видно, что такой переход попадает в окно  $\beta^-$ -распада ( $E < -m_e$ ) при расчете с центральным остаточным взаимодействием - в этом случае он является определяющим для скорости всего процесса. В случае, если вычисления проводятся либо на уровне среднего поля, либо с учетом центральной и тензорной части остаточного взаимодействия, этот же переход лежит выше порога и потому запрещен по энергии. Вклад от следующих по величине переходов на 20 порядков меньше, откуда и возникают соответствующие различия в оценках скоростей реакций. При более высоких температурах и плотностях различные параметризации взаимодействия Скирма дают схожие результаты, что указывает на меньшую чувствительность скорости реакции по отношению к изменению структуры распределения силы в этих условиях.

Заметим также, что скорость  $\beta$ -распада в оболочечной модели существенно выше, чем в приближении ТКПСФ для всех рассматриваемых величин плотности электронного газа. Причиной этого может служить отсутствие учета смешивания однофононных и более сложных конфигураций, приводящего к увеличению силы низкоэнергетических ГТ-переходов. С увеличением температуры отличие между двумя моделями уменьшается, что связано с меньшей зависимостью скоростей бета-распада от структуры силовой функции при высоких температурах, как было сказано выше.

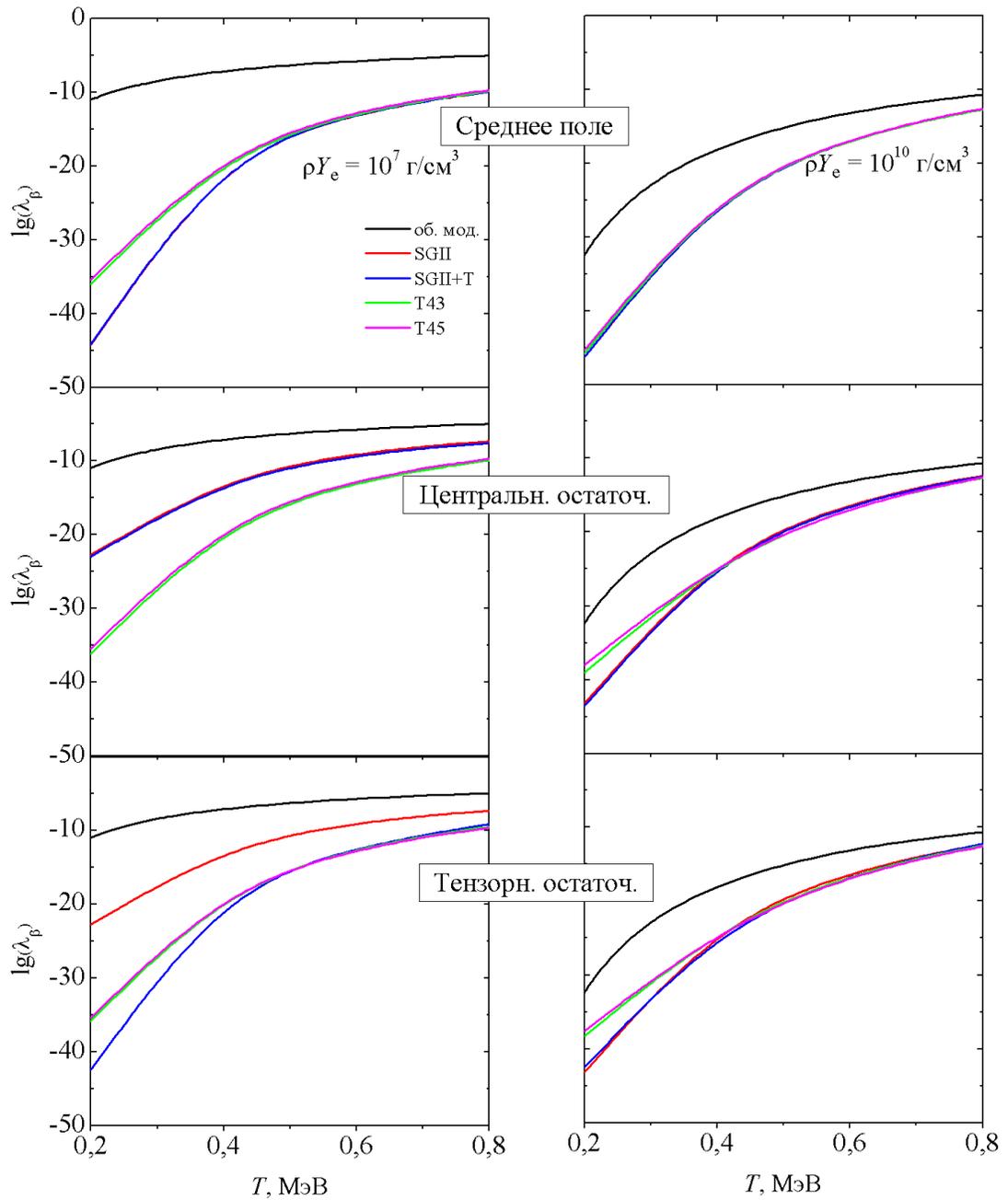


Рисунок 7: Скорость  $\beta^-$ -распада ядра  $^{56}\text{Ni}$  при учете лишь среднего поля (1-й ряд), центральной части остаточного взаимодействия (2-й ряд), центральной и тензорной части остаточного взаимодействия (3-й ряд).

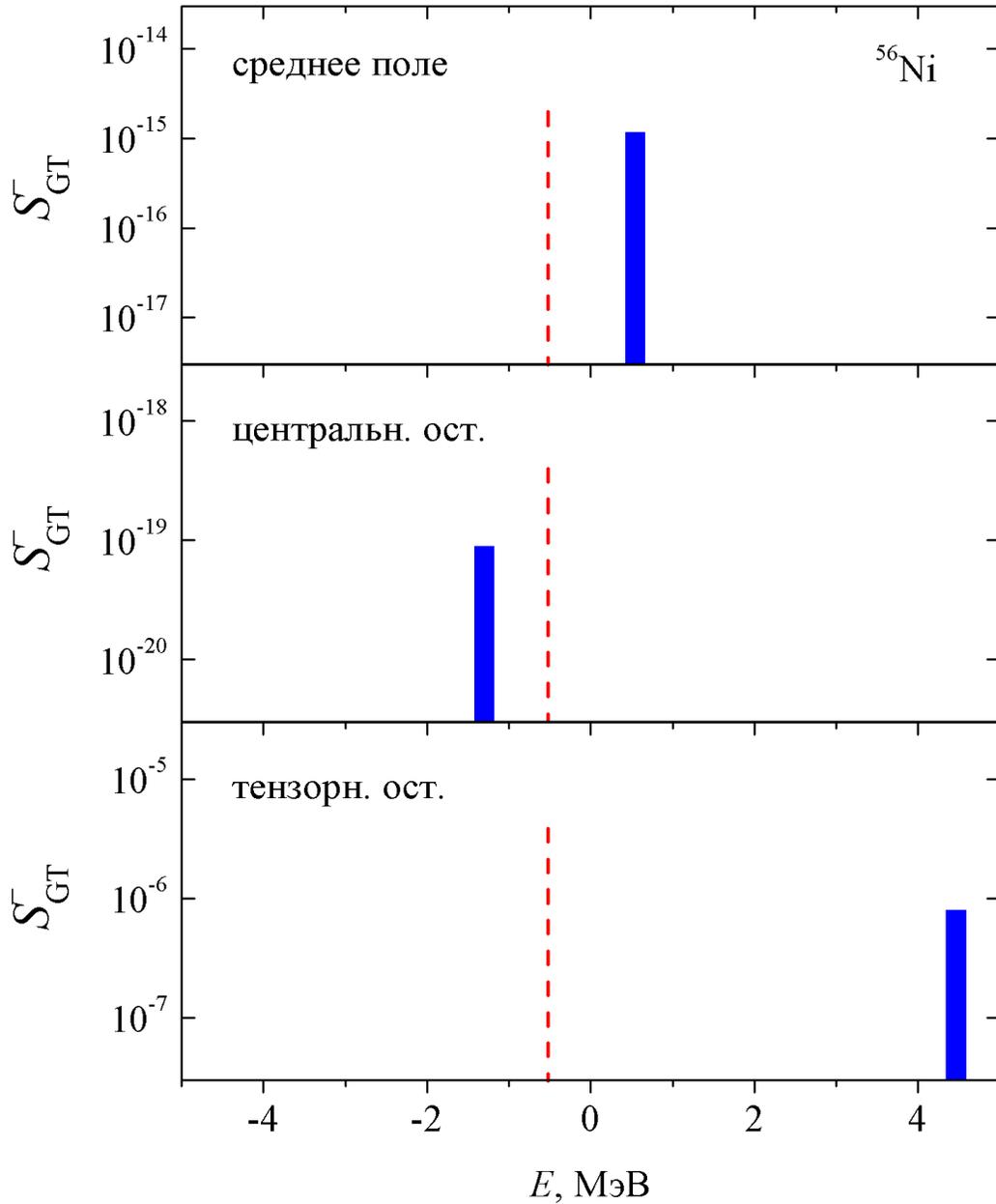


Рисунок 8: Распределение  $GT_+$  силы в  $^{56}\text{Ni}$  вблизи порога реакции  $E = -m_e$ , полученное с использованием взаимодействия  $SGII+T$  на уровне среднего поля (верхняя панель), с учетом центрального остаточного взаимодействия (средняя панель) и с учетом центрального и тензорного остаточного взаимодействия (нижняя панель). Красным пунктиром выделен порог реакции.

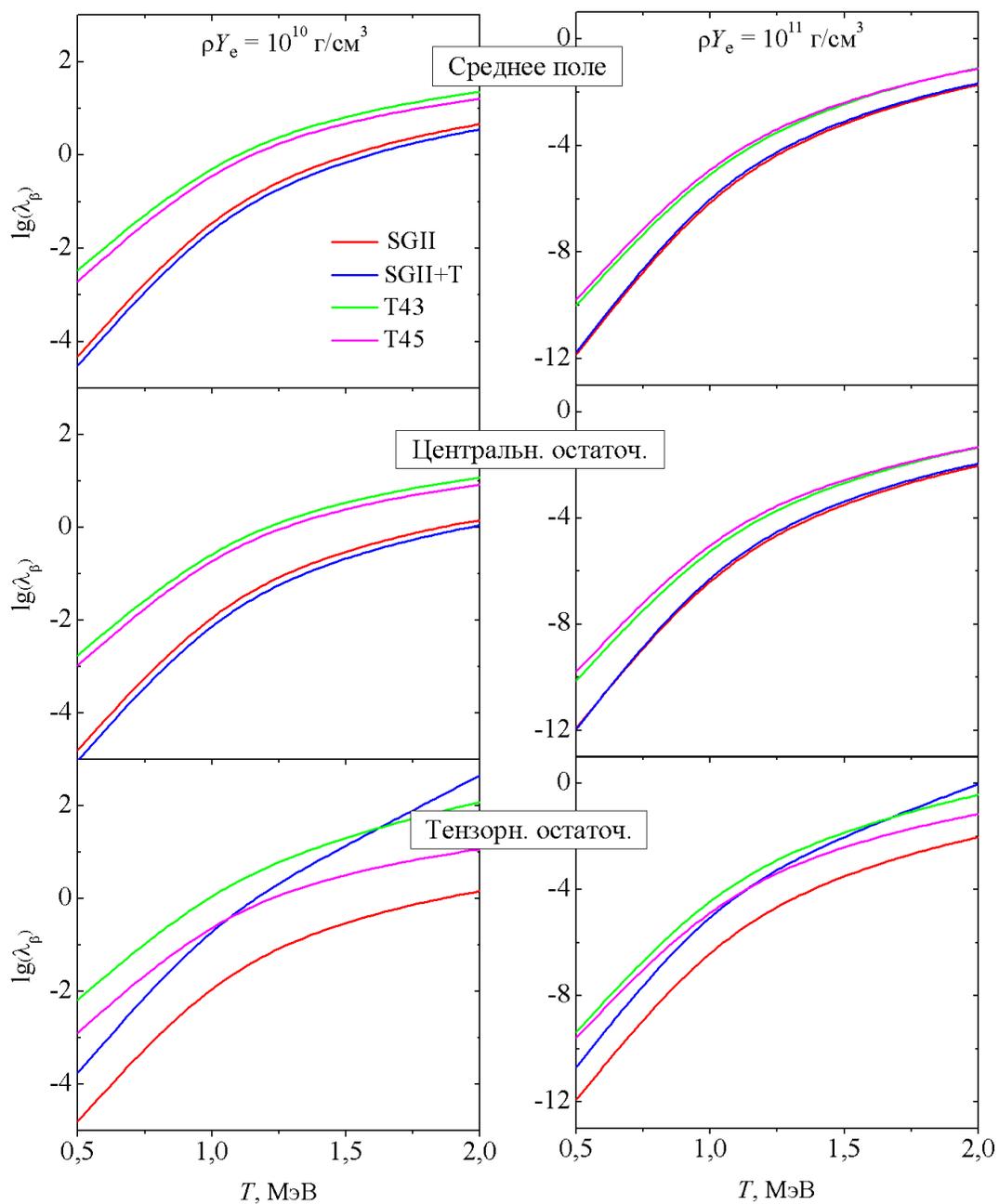


Рисунок 9: Скорость  $\beta^-$ -распада ядра  $^{78}\text{Ni}$  при учете лишь среднего поля (1-й ряд), центральной части остаточного взаимодействия (2-й ряд), центральной и тензорной части остаточного взаимодействия (3-й ряд).

На рис. 9 представлены аналогичные результаты расчетов в ядре  $^{78}\text{Ni}$  в условиях, реализующихся на более поздних этапах коллапса. Как видно, для этого изотопа нет такой сильной зависимости скорости реакции  $\beta^-$ -распада от деталей силового распределения. Как и предсказывалось ранее, отталкивающая центральная часть остаточного взаимодействия уменьшает скорость  $\beta^-$ -распада, в то время как притягивающая тензорная компонента приводит к ускорению процесса.

Результаты для промежуточных значений плотности электронного газа представлены на рис. 12, 13 в Приложении Г.

### 3.3 Скорость $e$ -захвата

Покажем теперь, как температурные эффекты и тензорное взаимодействие сказываются на скорости захвата электронов нагретыми ядрами  $^{56,78}\text{Ni}$ . Соответствующие оценки для двух значений плотности электронного газа приведены на рис. 10, 11. Видно, что скорость электронного захвата увеличивается как с ростом плотности, так и температуры. Это обусловлено в первую очередь тем, что с увеличением плотности и, соответственно, с ростом химического потенциала ( $\mu_e \sim \rho^{1/3}$ ) увеличивается доля электронов, энергии которых достаточно для перехода на все более и более высокие ядерные состояния с  $J^\pi = 1^+$ . Дополнительной причиной роста скорости захвата электронов, как уже отмечалось, является увеличение числа  $\text{GT}_+$ -переходов низких энергий при повышении температуры ядра. Как и в случае  $\beta^-$ -распада, для ядра  $^{56}\text{Ni}$  наилучшее согласие с оболочечной моделью получается при использовании взаимодействия  $\text{SGII}$ .

Как видно, тензорные корреляции увеличивают скорость захвата электронов нагретыми ядрами  $^{56,78}\text{Ni}$ . Отметим, что существенное влияние оказывает именно остаточное тензорное взаимодействие: если результаты расчета со взаимодействием  $\text{SGII}$  и  $\text{SGII}+\text{T}$  почти не отличаются в приближении Хартри-Фока, то включение тензорного остаточного взаимодействия в  $\text{SGII}+\text{T}$  (напомним, что в  $\text{SGII}$  оно отсутствует) ускоряет захват электронов на порядок. Результаты расчета со взаимодействиями  $\text{T43}$  и  $\text{T45}$  слабо меня-

ются при учете тензорных корреляций, что связано с малостью их тензорной компоненты.

Результаты расчетов для промежуточных значений плотности электронного газа представлены на рис. 14, 15 в Приложении Г.

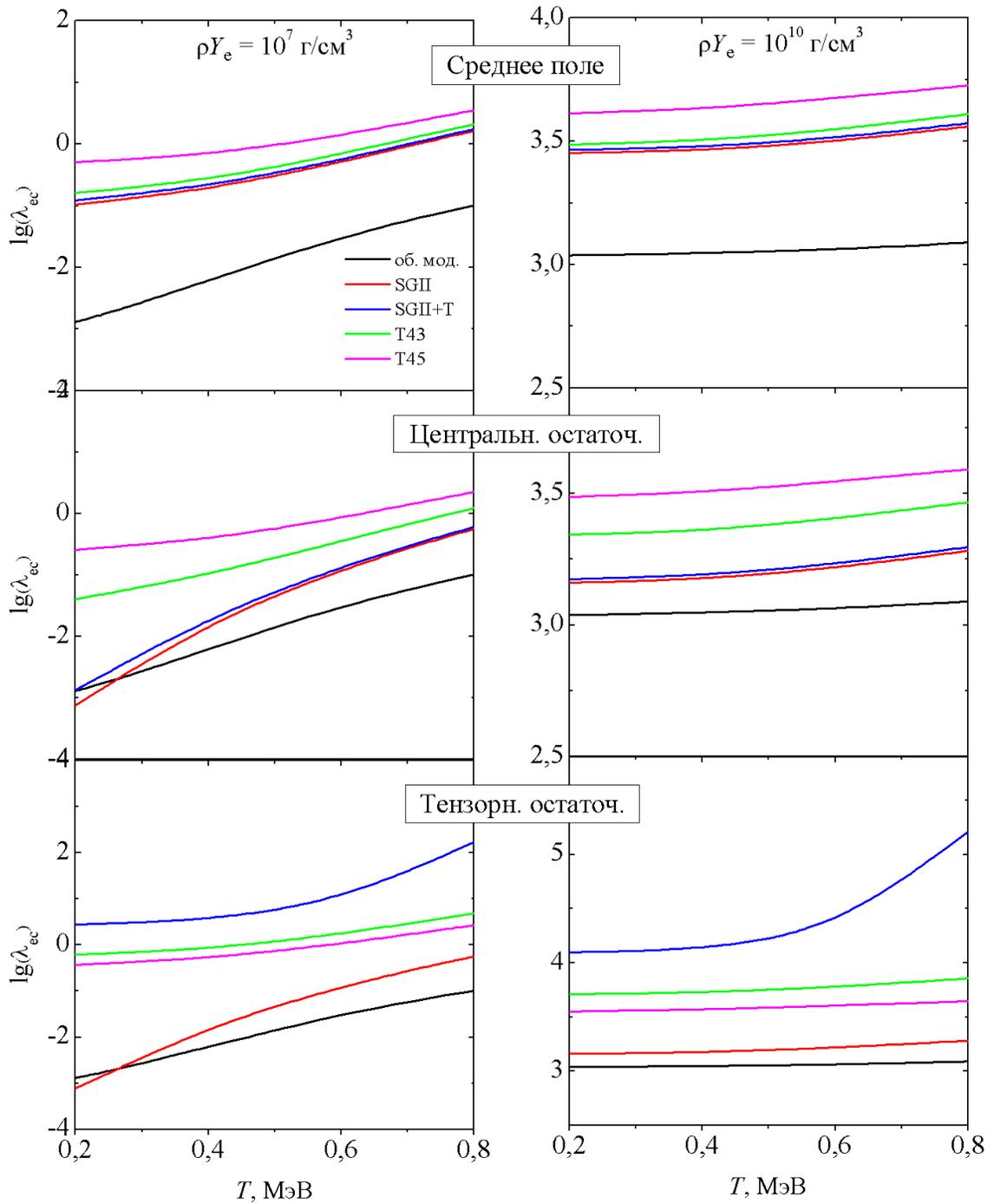


Рисунок 10: Скорость  $e$ -захвата в ядре  $^{56}\text{Ni}$  в приближении Хартри-Фока (1-й ряд), при учете центральной части остаточного взаимодействия (2-й ряд), центральной и тензорной части остаточного взаимодействия (3-й ряд).

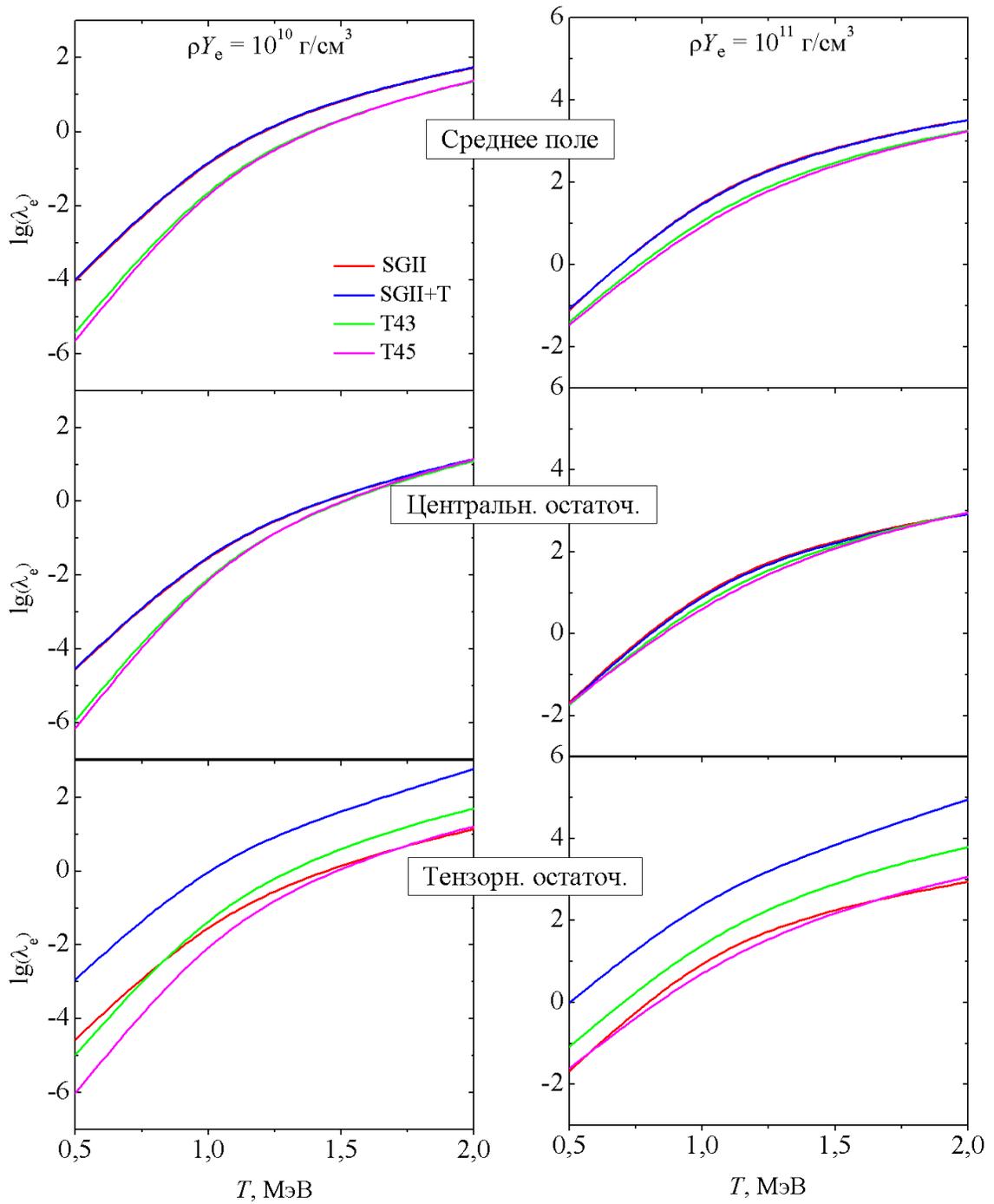


Рисунок 11: Скорость  $e$ -захвата в ядре  $^{78}\text{Ni}$  в приближении Хартри-Фока (1-й ряд), при учете центральной части остаточного взаимодействия (2-й ряд), центральной и тензорной части остаточного взаимодействия (3-й ряд).

## ВЫВОДЫ

В ходе проведенной работы были выполнены расчеты, демонстрирующие влияние температуры и плотности среды на скорость слабых реакций в ядрах  $^{56,78}\text{Ni}$ , помещенных в условия коллапсирующего кора звезды. Для изучения влияния тензорных сил на динамику  $\beta^-$ -распада были рассмотрены параметризации взаимодействия Скирма SGII+T, T45, T43. Как было показано, тензорная компонента взаимодействия приводит к увеличению суммарной силы GT переходов, а также к смещению распределения в сторону низких энергий. Степень изменения картины силового распределения при включении тензорных сил при этом напрямую зависит от их величины, характеризуемой разностью параметров  $(t_e - t_o)$ . Хотя были выявлены общие тенденции влияния тензорных корреляций на структуру силового распределения и скорости реакций, стоит отметить, что учет тензорных сил в форме (65) является сильным упрощением, используемым для вывода ТКПСФ-уравнения в относительно простой форме. Кроме того, использование выражений (68) и (69) для коэффициентов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  при тензорном взаимодействии корректно, вообще говоря, лишь в случае взаимодействия SGII+T, поскольку фитирование этих параметров в работе [14] проводилось именно для этого взаимодействия. Под вопросом является и обратная квадратичная зависимость  $\lambda_{1,2}$  от  $A$ , вывод которой остался за рамками настоящего исследования. Такая зависимость в случае относительно легких ядер может приводить к нереалистичному влиянию тензорных сил на структуру ядра и ядерных возбуждений. На уровне ТКПСФ-расчетов сильные тензорные корреляции могут приводить к неразрешимости уравнения ТКПСФ в действительных решениях. Для более полного изучения влияния тензорных сил, таким образом, имеет смысл исследовать роль тензорной компоненты не прибегая к приближению сепарабельности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изложен формализм теплоквазичастичного приближения случайной фазы, используемого для описания ядерных возбуждений при ненулевой температуре. В рамках поставленной задачи метод ТКПСФ был использован для описания  $e$ -захвата и  $\beta^-$ -распада нагретых ядер  $^{56,78}\text{Ni}$  при условиях, реализуемых в процессе гравитационного коллапса звезды. Были получены следующие результаты:

- Проведен расчет ГТ силовых функций для переходов  $p \rightarrow n$  и  $n \rightarrow p$  с взаимодействием Скирма с четырьмя наборами параметров: SGII, SGII+T, T43, T45. Показано, что увеличение температуры приводит к смещению распределения ГТ силы в сторону более низких энергий. Последнее связано с тепловой заселенностью высоковозбужденных состояний, приводящей к появлению переходов с материнского на низколежащие состояния дочернего ядра. Доля таких переходов увеличивается вследствие теплового размытия поверхности Ферми, возрастающего с температурой.
- Отталкивающая центральная часть остаточного взаимодействия выталкивает ГТ силу в сторону высоких энергий, а также уменьшает ее суммарную величину, что отвечает увеличению стабильности ядра. Притягивающее тензорное взаимодействие, напротив, смещает центр масс силовых функций в сторону низких энергий и увеличивает суммарную силу, причем эффект максимален при использовании взаимодействия SGII+T с самой сильной тензорной компонентой.
- Расчет скоростей слабых реакций показал, что увеличение температуры приводит к ускорению процессов  $\beta$ -распада и  $e$ -захвата, что связано с увеличением числа переходов с высоковозбужденных состояний, распадающихся быстрее. Рост плотности электронного газа ведет к замедле-

нию  $\beta^-$ -распада вследствие уменьшения фазового пространства, доступного электронам при вылете из ядра. Скорость  $e$ -захвата в этом случае, наоборот, растет, так как увеличивается число электронов с энергиями, необходимыми для осуществления тех или иных переходов. Эти общие тенденции согласуются с результатами, полученными в рамках оболочечной модели.

- Оценка скорости  $e$ -захвата прямым образом зависит от поведения  $GT_+$  распределение. Смещение силовой функции к более высоким энергиями при учете лишь центральной части остаточного взаимодействия ведет к замедлению  $e$ -захвата, в то время как тензорная часть приводит к ускорению процесса. Оценка скорости  $\beta^-$ -распада, напротив, может меняться нетривиальным образом при учете различных частей нуклонного взаимодействия. Это связано с тем, что скорость реакции  $\beta^-$ -распада особенно чувствительна к особенностям распределения  $GT_-$  силы вблизи порога реакции, равного массе электрона. Если вблизи порога имеется переход значительной амплитуды, в зависимости от разрешенности перехода по энергии оценка скорости может значительно меняться. Вместе с тем, чувствительность скоростей реакций по отношению к силовой функции уменьшается по мере увеличения температуры и плотности среды.

Результаты работы представлены на конференциях «AYSS-2019», «Ломоносов-2019», в XIX научной школе молодых специалистов «Концентрированные потоки», опубликованы в журнале «Ученые записки физического факультета Московского Университета» и готовятся к публикации в журнале «Ядерная физика».

Автор выражает благодарность научным руководителям А.А. Джигоеву за помощь в освоении материала и ценные советы при планировании исследования, а также Т.Ю. Третьяковой и Д.Е. Ланскому за полезные обсуждения и консультации.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] *Janka H.-Th., Langanke K., Marek A. Martinez-Pinedo G., Müller B.* // Phys. Rep. 2007. **442**. P. 38.
- [2] *Balasi K.G., Langanke K., Martinez-Pinedo G.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2015. **85**. P. 33.
- [3] *Langanke K., Martinez-Pinedo G.* // Rev. Mod. Phys. 2003. **75**. P. 819.
- [4] *Джисоев А.А., Вдовин А.И., Пономарев В.Ю., Вамбах Й.* // Яд. физ. 2009. **72**. С. 1373.
- [5] *Dzhioev A., Vdovin A. et al* // Phys. Rev. C. 2010. **81**. 015804.
- [6] *Соловьев В.Г.* // Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы. 1989. Москва, Энергоатомиздат.
- [7] *Takahashi Y., Umezawa H.* // Collect. Phenom. 1975. **2**. P. 55.
- [8] *Dzhioev A., Vdovin A., Stoyanov Ch.* // Phys. At. Nucl. 2016. **79**. P. 1019.
- [9] *Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R.* // Phys. Rev. C. 1995. **51**. P. 38.
- [10] *Machleidt R.* // Phys. Rev. C. 2001. **63**. 024001.
- [11] *Tondeur F.* // Phys. Lett. B. 1983. **123**. P. 139.
- [12] *Colò G., Sagawa H., Fracasso S., Bortignon P.F.* // Phys. Lett. B. 2007. **646**. P. 227.
- [13] *Sagawa H., Colò G.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2014. **76**. P. 76.
- [14] *Sushenok E.O., Severyukhin A.P.* // Phys. El. Part. Nucl. Lett. 2015. **12**. 4. P. 494.
- [15] *Severyukhin A.P., Sagawa H.* // PTEP. 2013. 103D03.

- [16] *Bethe H.A., Brown G.E., Applegate J., Lattimer J.M.* // Nucl Phys. A. 1979. **324**. P. 487.
- [17] *Fuller G., Fowler W., Newman M.* // Ast. Jour. Suppl. Ser. 1980. **42**. P. 447.
- [18] *Fuller G., Fowler W., Newman M.* // Ast. Jour. Suppl. Ser. 1982. **48**. P. 279.
- [19] *Fuller G., Fowler W., Newman M.* // Ast. Jour. Suppl. Ser. 1982. **252**. P. 715.
- [20] *Fuller G., Fowler W., Newman M.* // Ast. Jour. Suppl. Ser. 1985. 293. P. 1.
- [21] *Langanke K., Martinez-Pinedo G.* // At. Data Nucl. Data Table. 2001. **79**. P.1.
- [22] *Caurier E., Langanke K., Martinez-Pinedo G.* // Nucl. Phys. A. 1999. **653**. P. 439.
- [23] *Langanke K., Martinez-Pinedo G.* // Nucl. Phys. A. 2000. **673**. P. 481.
- [24] *Radha P.B., Dean D.J. et al* // Phys. Rev. C. 1997. **56**. P. 3079.
- [25] *Rowe D.J.* // Nuclear Collective Motion, Models and Theory. 1970. Barnes and Noble.
- [26] *Ring P. and Schuck P.* // The Nuclear Many Body Problem. 1980. Springer, Berlin.
- [27] *Umezawa H., Matsumoto H., Tachiki M.* // Thermo Field Dynamics and Condensed States. 1982. North-Holland, Amsterdam.
- [28] *Dzhioev A.A., Vdovin A.I., Stoyanov Ch.* // arXiv:1903.08418.
- [29] *Kubo R.* // Jor. Phys. Soc. Jap. 1957. **12**. P. 570.
- [30] *Martin P.C., Schwinger J.* // Phys. Rev. 1959. **115**. P. 1342.
- [31] *Takahashi Y., Umezawa H.* // Int. J. Mod. Phys. B. 1996. **10**. P. 1755.

- [32] *Ojima I.* // Ann. Phys. (NY). 1981. **137**. P. 1.
- [33] *Vautherin D., Brink D.M.* // Phys. Rev. C. 1972. **5**. P. 626.
- [34] *Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., Schaeffer R.* // Nuclear Phys. A. 1998. **635**. P. 231.
- [35] *Perlińska E., Rohoziński S.G., Dobaczewski J., and Nazarewicz W.* // Phys. Rev. C. 2004. **69**. 014316.
- [36] *Bai C.L., Zhang H.Q., Zhang X.Z., Xu F.R., Sagawa H., and Colò G.* // Phys. Rev. C. 2009. **79**. 041301.
- [37] *Severyukhin A.P., Stoyanov Ch., Voronov V.V., Van Giai N.* // Phys. Rev. C. 2002. **66**. 034304.
- [38] *Van Giai N., Stoyanov Ch., Voronov V.* // Phys. Rev. C. 1998. **57**. 1204.
- [39] *Van Giai N., Sagawa H.* // Phys. Lett. B. 1981. **106**. P. 379.
- [40] *Lesinski T., Bender M., Bennaceur K., Duguet T., Meyer J.* // Phys. Rev. C. 2007. **76**. 014312.
- [41] *O'Connell J.S., Donnelly T.W., and Walecka J.D.* // Phys. Rev. C. 1972. **6**. P. 719.
- [42] *Walecka J.D.* // Muon Physics V2: Weak Interactions, edited by Hughes V.W. and Wu C.S. Elsevier Science. 1975. P. 113.
- [43] *Niu Y.F., Paar N., Vretenar D., Meng J.* // Phys. Rev. C. 2011. **83**. 45807.
- [44] *Paar N., Colò G., Khan E., Vretenar D.* // Phys. Rev. C. - Nucl. Phys. 2009. **80**. P. 1. arXiv:0909.3070.
- [45] *Donnelly T.W., Peccei R.D.* // Phys. Rep. 1979. **50**. P.1.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Если пренебречь принципом Паули для нейтрино, скорости захвата электронов и  $\beta^-$ -распада в ядрах при конечной температуре определяются как свертка сечений реакций с функцией распределения электронов:

$$\begin{aligned}\lambda_{ec}(T) &= 2 \int \frac{d^3 \vec{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \sigma_{ec}(E_e, T) c f_e(E_e) \\ &= \frac{c}{\pi^2 (\hbar c)^3} \int_{m_e c^2}^{\infty} \sigma_{ec}(E_e, T) E_e p_e c f_e(E_e) dE_e,\end{aligned}\quad (70)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\beta}(T) &= 2 \int \frac{d^3 \vec{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \sigma_{\beta}(E_e, T) c (1 - f_e(E_e)) \\ &= \frac{c}{\pi^2 (\hbar c)^3} \int_{m_e c^2}^{\infty} \sigma_{\beta}(E_e, T) E_e p_e c (1 - f_e(E_e)) dE_e,\end{aligned}\quad (71)$$

где  $p_e = (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{1/2} / c$  – импульс электрона с энергией  $E_e$ ,  $\sigma_{ec, \beta}(E_e, T)$  – сечение реакции  $e$ -захвата и  $\beta$ -распада соответственно.

Зависящие от температуры сечения реакции в уравнениях (70), (71) определяются тепловым средним

$$\sigma(E_e, T) = \sum_{if} p_i(T) \int d\Omega \frac{d\sigma_{i \rightarrow f}(E_e)}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{E_e} dE \int d\Omega \frac{d^2 \sigma(E_e, E, T)}{dE d\Omega}. \quad (72)$$

Соответствующие дифференциальные сечения можно найти из соотношения

$$\frac{d^2 \sigma_{\pm}(E_e, E, T)}{dE d\Omega} = \sum_{if} p_i(T) \frac{d\sigma_{i \rightarrow f}^{\pm}(E_e)}{d\Omega} \delta(E - \Delta E_{fi}^{\pm}). \quad (73)$$

Здесь индекс  $+$  ( $-$ ) указывает на то, что идет речь о переходах, дающих вклад в процесс  $e$ -захвата (процесс  $\beta$ -распада ядра);  $E = \pm E_e - E_{\nu}$  – энергия, передаваемая ядру в переходе  $p \rightleftharpoons n$  (отдаваемая ядром, если  $E < 0$ ). В указанных выше определениях учитываются все разрешенные переходы с

энергией  $\Delta E_{fi}^\pm$  (см. пояснение к формулам (3), (4)) из состояния  $i$  материнского ядра в состояние  $f$  дочернего ядра.

При выводе сечений  $e$ -захвата и  $\beta$ -распада воспользуемся формализмом Донелли-Валечки, опирающимся на стандартную ток-токовую форму гамильтониана слабого взаимодействия [41–43]. При мультипольном разложении слабых адронных токов такой метод позволяет выразить электрон-ядерные дифференциальные сечения в уравнение (73) через матричные элементы зарядового  $\hat{M}_J$ , продольного  $\hat{L}_J$ , поперечного электрического  $\hat{T}_J^{\text{el}}$  и поперечного магнитного  $\hat{T}_J^{\text{mag}}$  операторов. Дифференциальное сечение (73) при этом может быть представлено в виде следующего мультипольного разложения:

$$\frac{d^2\sigma^\pm(E_e, E, T)}{dEd\Omega} = \frac{(G_F V_{ud})^2}{2\pi(\hbar c)^4} E_\nu^2 \mathcal{R}(E_e, E_\nu) F(Z, E_e) \cdot \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{GL}^J(E, T) + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J(E, T) \right\}. \quad (74)$$

Здесь  $G_F$  – фермиевская константа связи,  $V_{ud}$  – up-down элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы. Функция Ферми  $F(Z, E_e)$  вносит поправку на искажение электронной волновой функции в кулоновском поле ядер [23], множитель  $\mathcal{R}(E_e, E_\nu)$  отвечает за отдачу ядра [43].

В уравнении (74) зависимость от температуры входит в выражения для кулоновской продольной и поперечной мультипольной компоненты  $\sigma_{CL,T}^J$ :

$$\sigma_{CL,T}^J(E, T) = \sum_{if} p_i(T) \sigma_{CL,T}^J(E, T) (i \rightarrow f) \delta(E - \Delta E_{fi}). \quad (75)$$

Для сферических ядер, связь  $\sigma_{CL,T}^J(i \rightarrow f)$  с приведенными матричными элементами указанных выше операторов представлена в [41, 42]. Эти матричные элементы зависят от переданного ядру четырех-импульса  $(E, \vec{q})$  и включают в себя нуклонные векторные, аксиально векторные и псевдоскалярные форм-факторы [44]. В случае низко-энергетичных электронов, когда реализуется длинноволновой предел  $q \rightarrow 0$ , структура мультипольных  $1^+$  операторов, входящих в выражение для (75), упрощается и принимает гамов-теллеровскую

форму  $GT_{\pm} = g_A \vec{\sigma} t_{\pm}$  [45], где  $g_A$  - аксиальная константа связи. Тогда  $1^+$  компонента сечения реакций принимает вид:

$$\sigma_{\text{GT}}^{\pm}(E, T) = \frac{(G_F g_V V_{ud})^2}{2\pi(\hbar c)^4} F(Z, E_e) \int_{-\infty}^{E_e} (E \mp E_e)^2 S_{\text{GT}}^{\pm}(E, T) dE. \quad (76)$$

Здесь  $g_V$  - векторная константа связи, а зависящая от температуры силовая функция определяется как

$$S_{\text{GT}}^{\pm}(E, T) = \left( \frac{g_A}{g_V} \right)^2 \sum_{if} p_i(T) \frac{|\langle J_f || \vec{\sigma} t_{\pm} || J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \delta(E - \Delta E_{fi}), \quad (77)$$

где  $J_{i(f)}$  - угловой момент начального (конечного) ядерного состояния,  $g_A/g_V = -1.27$ . Подстановка (76) в (70) и (71) дает ГТ вклад в скорости захвата электрона и  $\beta$ -распада.

Процедура расчета силовых функций  $S_{\text{GT}}^{\pm}(E, T)$  в рамках ТПД описана в пункте 2.1. После подстановки выражения (25) в определение (72) получаем:

$$\sigma_{\text{GT}}^{\pm}(E_e, T) = \frac{(G_F g_V V_{ud})^2}{2\pi(\hbar c)^4} F(Z, E_e) \sum_i \left\{ (E_e - E_i)^2 B_i^{(\pm)} + (E_e - \tilde{E}_i)^2 \tilde{B}_i^{(\pm)} \right\}, \quad (78)$$

где производится суммирование по  $J^{\pi} = 1^+$  тепловым однофононным состояниям с энергией перехода  $E_i, \tilde{E}_i < E_e$ . Тогда конечное выражение для скоростей  $e$ -захвата  $\lambda_{ec}$  и бета-распада  $\lambda_{\beta}$  принимает форму (1).

# ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Элементы матрицы ТКПСФ даются соотношениями

$$\begin{aligned}
 A &= A_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} = \frac{-1}{2\lambda + 1} (1 - y_{j_{p'}}^2 - y_{j_{n'}}^2) (u_{j_p j_n}^{(+)} u_{j_{p'} j_{n'}}^{(+)} + u_{j_p j_n}^{(-)} u_{j_{p'} j_{n'}}^{(-)}) \\
 &\times \left[ \sum_{L=0,2} \sum_{k=1}^N \kappa^{(k)} g_{j_p j_n}^{(L1k)} g_{j_{p'} j_{n'}}^{(L1k)} + \lambda_1 (t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(01)} + t_{j_p j_n}^{(01)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)}) - \lambda_2 t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)} \right] \\
 &+ (\varepsilon_{j_p} + \varepsilon_{j_n}) \delta_{j_n j_{n'}} \delta_{j_p j_{p'}}, \\
 B &= B_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} = \frac{-1}{2\lambda + 1} (1 - y_{j_{p'}}^2 - y_{j_{n'}}^2) (u_{j_p j_n}^{(+)} u_{j_{p'} j_{n'}}^{(+)} - u_{j_p j_n}^{(-)} u_{j_{p'} j_{n'}}^{(-)}) \\
 &\times \left[ \sum_{L=0,2} \sum_{k=1}^N \kappa^{(k)} g_{j_p j_n}^{(L1k)} g_{j_{p'} j_{n'}}^{(L1k)} + \lambda_1 (t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(01)} + t_{j_p j_n}^{(01)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)}) - \lambda_2 t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)} \right] \\
 \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} \\ D_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} \end{pmatrix} = \frac{-1}{2\lambda + 1} (y_{j_{n'}}^2 - y_{j_{p'}}^2) (u_{j_p j_n}^{(+)} v_{j_{p'} j_{n'}}^{(-)} \pm u_{j_p j_n}^{(-)} v_{j_{p'} j_{n'}}^{(+)}) \\
 &\times \left[ \sum_{L=0,2} \sum_{k=1}^N \kappa^{(k)} g_{j_p j_n}^{(L1k)} g_{j_{p'} j_{n'}}^{(L1k)} + \lambda_1 (t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(01)} + t_{j_p j_n}^{(01)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)}) - \lambda_2 t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)} \right], \\
 A' &= A'_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} = \frac{-1}{2\lambda + 1} (y_{j_{n'}}^2 - y_{j_{p'}}^2) (v_{j_p j_n}^{(-)} v_{j_{p'} j_{n'}}^{(-)} + v_{j_p j_n}^{(+)} v_{j_{p'} j_{n'}}^{(+)}) \\
 &\times \left[ \sum_{L=0,2} \sum_{k=1}^N \kappa^{(k)} g_{j_p j_n}^{(L1k)} g_{j_{p'} j_{n'}}^{(L1k)} + \lambda_1 (t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(01)} + t_{j_p j_n}^{(01)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)}) - \lambda_2 t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)} \right] \\
 &+ (\varepsilon_{j_p} - \varepsilon_{j_n}) \delta_{j_n j_{n'}} \delta_{j_p j_{p'}}, \\
 B' &= B'_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} = \frac{-1}{2\lambda + 1} (y_{j_{n'}}^2 - y_{j_{p'}}^2) (v_{j_p j_n}^{(-)} v_{j_{p'} j_{n'}}^{(-)} - v_{j_p j_n}^{(+)} v_{j_{p'} j_{n'}}^{(+)}) \\
 &\times \left[ \sum_{L=0,2} \sum_{k=1}^N \kappa^{(k)} g_{j_p j_n}^{(L1k)} g_{j_{p'} j_{n'}}^{(L1k)} + \lambda_1 (t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(01)} + t_{j_p j_n}^{(01)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)}) - \lambda_2 t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)} \right], \\
 \begin{pmatrix} C' \\ D' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C'_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} \\ D'_{j_p j_n j_{p'} j_{n'}} \end{pmatrix} = \frac{-1}{2\lambda + 1} (1 - y_{j_{p'}}^2 - y_{j_{n'}}^2) (v_{j_p j_n}^{(-)} u_{j_{p'} j_{n'}}^{(+)} \pm v_{j_p j_n}^{(+)} u_{j_{p'} j_{n'}}^{(-)}) \\
 &\times \left[ \sum_{L=0,2} \sum_{k=1}^N \kappa^{(k)} g_{j_p j_n}^{(L1k)} g_{j_{p'} j_{n'}}^{(L1k)} + \lambda_1 (t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(01)} + t_{j_p j_n}^{(01)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)}) - \lambda_2 t_{j_p j_n}^{(21)} t_{j_{p'} j_{n'}}^{(21)} \right].
 \end{aligned}$$

Здесь  $u_{j_p j_n}^\pm = u_{j_p} v_{j_n} \pm v_{j_p} u_{j_n}$ ,  $v_{j_p j_n}^\pm = u_{j_p} u_{j_n} \pm v_{j_p} v_{j_n}$ ; коэффициенты  $\kappa^{(k)}$ ,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  связаны с параметрами взаимодействия Скирма (см. пункт 2.3). Одночастичные матричные элементы  $g_{j_p j_n}^{(LJk)}$  и  $t_{j_p j_n}^{(LJ)}$  имеют вид:

$$g_{j_p j_n}^{(LJk)} = u_{j_n}(r_k) u_{j_p}(r_k) \langle j_n || i^L [Y_L \sigma]_J || j_p \rangle,$$

$$t_{j_p j_n}^{(LJ)} = \langle j_n || i^L [Y_L \sigma]_J || j_p \rangle \int_0^\infty dr u_{j_n}(r) u_{j_p}(r) r^L.$$

Радиальные волновые функции  $u_j(r)$  связаны с одночастичными ХФ функциями (см. Приложение В) соотношением:

$$\psi = \frac{u(r)}{r} \mathcal{Y}_{lj}^m(r, \sigma).$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

В подходе ХФ многотельная задача сводится к расчету системы невзаимодействующих частиц в самосогласованном среднем поле, создаваемом частицами. Пусть система описывается детерминантом Слэттера, то есть волновой функцией, представляющей собой антисимметризованное (приближение Фока) произведение волновых функций отдельных частиц (приближение Хартри):

$$\phi(12\dots A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \psi_1(1) & \psi_2(1) & \cdots & \psi_A(1) \\ \psi_1(2) & \psi_2(2) & \cdots & \psi_A(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_1(A) & \psi_2(A) & \cdots & \psi_A(A) \end{vmatrix}.$$

Тогда если система описывается гамильтонианом

$$H = \sum_i^A T_i + \frac{1}{2} \sum_{ij}^A v(\vec{r}_1, \vec{r}_2),$$

включающим кинетическую энергию отдельных частиц  $T_i$  и их взаимодействие  $v(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ , то волновая функция должна определяться вариационным принципом, согласно которому малое изменение собственного состояния не меняет среднего по состоянию (минимального в случае основного состояния). Таким образом

$$\delta \langle \phi | H | \phi \rangle = \langle \delta \phi | H | \phi \rangle = 0$$

для вариаций  $\delta \phi$ , сохраняющих нормировку волновых одночастичных волновых функций

$$\int |\psi_i(r)| d\vec{r} = 1.$$

Средняя энергия дается соотношением:

$$\begin{aligned}\langle \phi | H | \phi \rangle &= \frac{\hbar^2}{2m} \sum_i^A \int \psi_i^*(r) \nabla^2 \psi_i(r) d\vec{r} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{ij}^A \int \int \psi_i^*(r) \psi_j^*(r') v(r, r') \psi_i(r) \psi_j(r') d\vec{r} d\vec{r}' \\ &- \frac{1}{2} \sum_{ij}^A \int \int \psi_i^*(r) \psi_j^*(r') v(r, r') \psi_i(r') \psi_j(r) d\vec{r} d\vec{r}'.\end{aligned}$$

Варьируя  $\psi_i^*(r)$ , получаем одночастичные уравнения для одночастичных волновых функций.

$$\begin{aligned}-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi_i(r) + \sum_j^A \int \psi_j^*(r') v(r, r') \psi_j(r') \psi_i(r) d\vec{r}' \\ - \sum_j^A \int \psi_j^*(r') v(r, r') \psi_j(r) \psi_i(r') d\vec{r}' = \varepsilon_i \psi_i(r),\end{aligned}\quad (79)$$

где  $\varepsilon_i$  – множитель Лагранжа, возникающий при учете условия нормировки и несущий смысл одночастичной энергии. Это становится более очевидно, если переписать уравнение (79) в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi_i(r) + \int d\vec{r}' u(r, r') \psi_i(r') = \varepsilon_i \psi_i, \quad (80)$$

где

$$\begin{aligned}u(r, r') = \delta(r - r') \sum_j^A \int d\vec{r}'' v(r, r'') \psi_j(r'') \psi_j^*(r'') \\ - \sum_j^A \int v(r, r') \psi_j(r) \psi_j^*(r').\end{aligned}$$

Первой слагаемое называют прямым членом, второе – обменным. Обменный

член обладает свойством нелокальности, тесно связанным с радиусом действия двухчастичного взаимодействия  $v(r, r')$ .

Уравнения Хартри-Фока (80) решаются итерационным методом. При этом принято начинать с некоторого пробного взаимодействия  $u^{(0)}$ , после чего итерации проводятся в виде циклов

$$u^{(k)} \rightarrow \psi_i \rightarrow \rho(r', r) = \sum_j^A \psi_j(r') \psi_j^*(r) \rightarrow u^{(k+1)} = \text{Tr}(v\rho),$$

где  $\rho$  – матрица плотности. Итерации продолжаются до тех пор, пока не достигается нужная степень самосогласованности между полем и плотностью.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

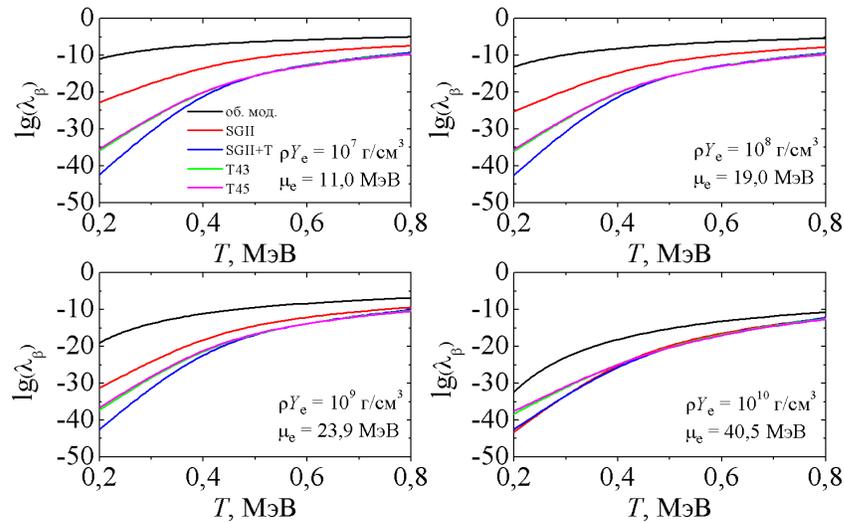


Рисунок 12: Скорость  $\beta$ -распада ядра  $^{56}\text{Ni}$  в условиях, реализующихся на начальных этапах коллапса. Здесь  $\mu_e$  - электронный химический потенциал при  $T = 0.2$  МэВ.

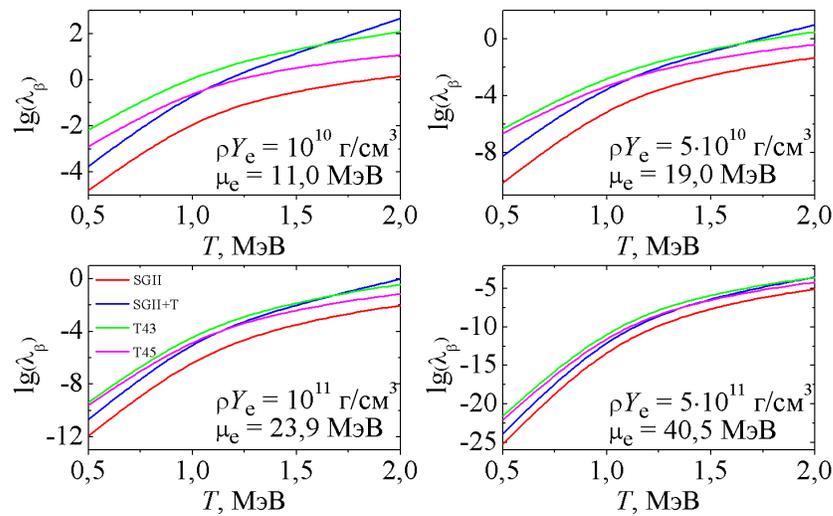


Рисунок 13: Скорость  $\beta$ -распада ядра  $^{78}\text{Ni}$  в условиях, реализующихся на более поздних стадиях коллапса. Здесь  $\mu_e$  - электронный химический потенциал при  $T = 0.5$  МэВ.

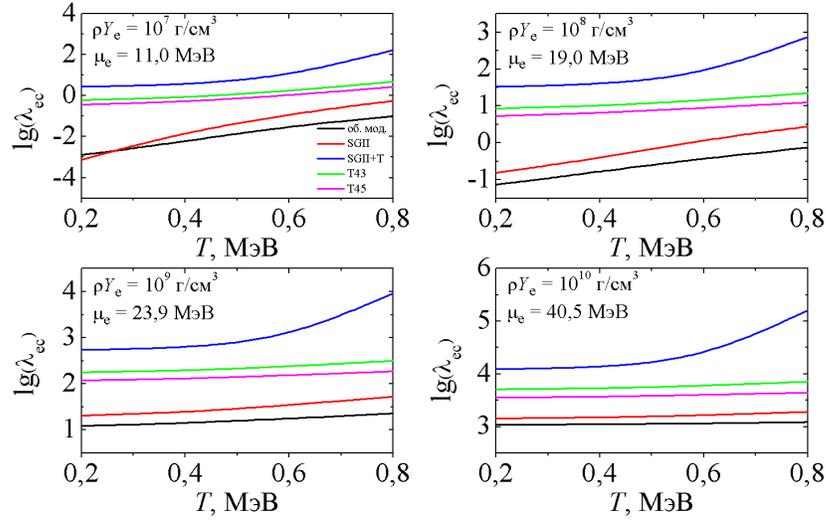


Рисунок 14: Скорость е-захвата в ядре  $^{56}\text{Ni}$  в условиях, реализующихся на начальных этапах коллапса. Здесь  $\mu_e$  - электронный химический потенциал при  $T = 0.2$  МэВ.

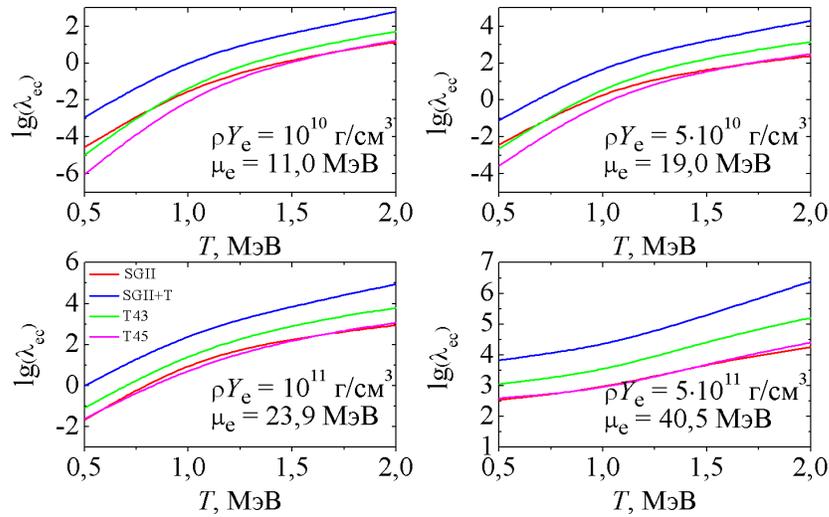


Рисунок 15: Скорость е-захвата в ядре  $^{78}\text{Ni}$  в условиях, реализующихся на более поздних стадиях коллапса. Здесь  $\mu_e$  - электронный химический потенциал при  $T = 0.5$  МэВ.