PIC

Victor Battalini de Deus da Chagas

29 de agosto de 2014

1 Proposição

A função $f(x) = \frac{x}{1+x}$ com $x \geq 0$ é monótona crescente.

DEMONSTRAÇÃO:

Seja $y > x \geq 0$. Logo, $1 + y > 1 + x$ ainda y continua sendo $>$ que x, ou seja, aplicando a inversa em ambos os lados fazendo com que a desigualdade se altere, temos:

$$\frac{1}{1+y} < \frac{1}{1+x}$$

e então,

$$-\frac{1}{1+y} > -\frac{1}{1+x}$$

$$1 - \frac{1}{1+y} > 1 - \frac{1}{1+x}$$

isto é, tirando o mmc em ambos os lados

$$\frac{y}{1+y} > \frac{x}{1+x}$$

.

1.1 Teorema 1

Para quaisquer dois números reais x e y , a seguinte desigualdade detém:

$$\frac{|x+y|}{1+|x+y|} \leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}$$

DEMONSTRÃO:

Seja x e y tendo o mesmo sinal. Sem perda de generalidade, podemos assumir que $x \geq 0$, então:

$$\frac{|x+y|}{1+|x+y|} = \frac{x+y}{1+x+y}$$

$$= \frac{x}{1+x+y} + \frac{y}{1+x+y}$$

$$\leq \frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y}$$

$$\leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}$$

Agora suponha x e y tendo sinais diferentes.